

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Волгоградский медико-экологический техникум»

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ПОМОЩЬЮ MS EXCEL

Разработала: Димитрова

Татьяна Викторовна

Преподаватель: математики и информатики

Волгоград, 2019

Оглавление

Аннотация	3
1. Теоретическая часть.....	5
1.1. Линейная алгебра	5
1.1.1 Матрицы и действия с ними	6
1.1.2. Определители матриц.....	13
1.1.3. Системы линейных уравнений	16
1.2. MS Excel как средство изучения линейной алгебры.....	21
1.2.1. MS Excel основные определения	21
1.2.2. Основные функции в MS Excel для решения задач линейной алгебры.....	23
2. Практическая часть	24
2.1. Выполнение действий с матрицами.....	24
3. Методические разработки уроков.	34
Методическая разработка 1	34
Методическая разработка 2.....	44
Методическая разработка 3	50
Методическая разработка 4	61
Список используемой литературы	85

Аннотация

Преподавателю математики, как ни кому другому, для привлечения внимания студентов к своему предмету необходимо использовать информационные технологии.

Студенты – это бывшие школьники, которые «сбежали» со школы от математики (как показывает практика, в большинстве случаев), поэтому на математику идут с «не желанием», «не охотой». В их глазах, математика «сухая», «черствая», «ни кому не нужная наука» опирающаяся на формулы и ни чего больше. Студенты не прослеживают связь математики с другими науками.

В своем электронном пособии по линейной алгебре, я показываю не только междисциплинарную связь математики и информатики, но также и связь со специальностью. На занятиях по математике, изучая раздел линейная алгебра, предлагаю студентам при выполнении практических работ использовать офисный пакет MS Excel, который помогает им справиться с задачами вычислительного характера, выполнить самопроверку своей работы, при этом не мешает освоению новой темы.

Почему Excel? Ведь существует значительное количество специализированных математических пакетов. Все они позволяют проводить подавляющее большинство необходимых математических расчетов. А потому, что самостоятельное освоение этих пакетов достаточно трудоемкая задача. В курс информатики же входит изучение электронной таблицы Excel. Поэтому представляется актуальным рассмотрение материала учебного пособия по применению математических методов в линейной алгебре именно с помощью пакета Excel. Конечно, это программное средство значительно уступает специализированным математическим пакетам. Тем не менее, тот материал линейной алгебры который изучают студенты на вторых курсах техникумов и колледжей может быть решено с его помощью.

Для выполнения рассмотренных примеров желательно предварительное знакомство с пакетом MS Excel, хотя их описание дается достаточно подробно. Все приведенные примеры даны с решениями в русифицированной версии MS Excel 2007.

1. Теоретическая часть

1.1. Линейная алгебра

Линейная алгебра — раздел алгебры, изучающий объекты *линейной природы*: векторные (или линейные) пространства, линейные отображения, системы линейных уравнений, среди основных инструментов, используемых в линейной алгебре — определители, матрицы, сопряжение. Теория инвариантов и тензорное исчисление обычно (в целом или частично) также считаются составными частями линейной алгебры. Такие объекты как квадратичные и билинейные формы, тензоры и операции как тензорное произведение непосредственно вытекают из изучения линейных пространств, но как таковые относятся к полилинейной алгебре.

Линейная алгебра обобщена средствами общей алгебры, в частности, современное определение линейного (векторного) пространства опирается исключительно на абстрактные структуры, а многие результаты линейной алгебры обобщены на произвольные модули над кольцом. Более того, методы линейной алгебры широко используются и в других разделах общей алгебры, в частности, нередко применяется такой приём, как сведение абстрактных структур к линейным и изучение их относительно простыми и хорошо проработанными средствами линейной алгебры, так, например, реализуется в теории представлений групп. Функциональный анализ возник как применение методов математического анализа и линейной алгебры к бесконечномерным линейным пространствам, и во многом базируется на методах линейной алгебры и в дальнейших своих обобщениях. Также линейная алгебра нашла широкое применение в многочисленных приложениях (в том числе, в линейном программировании, в эконометрике) и естественных науках (например, в квантовой механике). [11]

1.1.1 Матрицы и действия с ними

Определение. Матрицей A размера $m \times n$ называется набор чисел, записанных в виде таблицы, содержащей m строк и n столбцов.

Матрица A записывается в следующем виде

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Числа a_{ij} называются элементами матрицы. При нумерации элементов матрицы первый индекс является номером строки, второй — номером столбца. Так, элемент с номером a_{32} расположен на пересечении третьей строки и второго столбца. Для обозначения матрицы A , состоящей из элементов a_{ij} , можно использовать запись $A = (a_{ij})$.

Матрица, все элементы которой равны нулю, называется нулевой матрицей.

Матрица, содержащая одинаковое число строк и столбцов $m = n$, называется квадратной.

Квадратная матрица у которой все элементы вне главной диагонали равны нулю:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

называется диагональной. Диагональная матрица, у которой на главной диагонали стоят 1, называется единичной:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Если все элементы квадратной матрицы, расположенные ниже главной диагонали, равны нулю, то матрицу называют верхней треугольной:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Все элементы, расположенные в части матрицы, обозначенной нулем, равны нулю.

Аналогично если все элементы квадратной матрицы, расположенные выше главной диагонали, равны нулю, то матрицу называют нижней треугольной.

Операции над матрицами

1. Суммой матриц $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ одинакового размера называется матрица $C = (c_{ij})$, элементы которой определяются равенством $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. Обозначение: $C = A + B$.

Пример:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 6 & -7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ тогда } C = A + B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & -3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Примечание. Аналогично определяется действие вычитание.

2. Произведением матрицы $A = (a_{ij})$ **на число** λ называется матрица C , элементы которой определяются равенством $c_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$. Обозначение: $C = \lambda A$.

3. Произведением матрицы $A = (a_{ij})$ размера $m \times k$ **на матрицу** $B = (b_{ij})$ размера $k \times n$ называется матрица $C = (c_{ij})$ размера $m \times n$, элементы которой определяются равенством

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ik}b_{kj} = \sum_{l=1}^{l=k} a_{il}b_{lj}.$$

Обозначение: $C = AB$. Важно отметить, что произведение AB определено только для таких матриц, у которых число столбцов матрицы A (первого сомножителя) равно числу строк матрицы B (второго сомножителя). При этом число строк матрицы $C = AB$ равно числу строк матрицы A , а число столбцов — числу столбцов матрицы B .

Приведенную выше формулу для вычисления произведения матриц AB можно представить и в другом виде. Элементы матрицы $C = AB$ можно

вычислять как скалярное произведение вектора $\vec{A}_i$, состоящего из элементов строки с номером i матрицы A , и вектора $\vec{B}_j$, состоящего из элементов столбца с номером j матрицы B : $c_{ij} = \vec{A}_i \cdot \vec{B}_j$.

4. Матрица A^T является транспонированной к матрице A , если ее элементы определяются равенством $a_{ij}^T = a_{ji}$. Таким образом, строки матрицы A^T являются соответствующими столбцами матрицы A , т. е. первая строка матрицы A^T является первым столбцом матрицы A , вторая строка матрицы A^T является вторым столбцом матрицы A и т. д.

Определенные арифметические операции с матрицами обладают следующими свойствами:

- | | |
|---|----------------------------------|
| 1) $A+B=B+A$; | 5) $A(BC)=(AB)C$; |
| 2) $(A+B)+C=A+(B+C)$; | 6) $A(B+C)=AB+AC$; |
| 3) $\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$; | 7) $(\lambda A)B=A(\lambda B)$; |
| 4) $(\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A$; | 8) $(AB)^T=B^T A^T$. |

5. Возведение в степень. Целой положительной степенью A^m ($m>1$) квадратной матрицы A называется произведение m матриц, равных A , т.е.

$$A^m = A \cdot A \cdot \dots \cdot A.$$

Заметим, что операция возведения в степень определяется только для квадратных матриц. По определению полагают

$$A^0 = E, A^1 = A$$

Нетрудно показать, что $A^m \cdot A^k = A^{m+k}$, $(A^m)^k = A^{mk}$.

Следует отметить, что при вычислении произведения матриц сомножители нельзя менять местами.

Пусть A — квадратная матрица порядка n . Матрица A^{-1} , удовлетворяющая вместе с заданной матрицей A равенствам:

$$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E,$$

называется **обратной**. Матрицу A называют **обратимой**, если для нее существует обратная, в противном случае — **необратимой**.

Из определения следует, что если обратная матрица A^{-1} существует, то она квадратная того же порядка, что и A .

Однако не для всякой квадратной матрицы существует обратная. Если определитель матрицы A равен нулю ($\det A = 0$), то для нее не существует обратной. В самом деле, применяя теорему об определителе произведения матриц для единичной матрицы $E = A^{-1}A$ получаем противоречие $\det E = \det(A^{-1} \cdot A) = \det A^{-1} \det A = \det A^{-1} \cdot 0 = 0$ так как определитель единичной матрицы равен 1. Оказывается, что отличие от нуля определителя квадратной матрицы является единственным условием существования обратной матрицы. Напомним, что квадратную матрицу, определитель которой равен нулю, называют вырожденной, в противном случае — невырожденной

Теорема 4.1 о существовании и единственности обратной матрицы. Квадратная матрица $\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$, определитель которой отличен от нуля, имеет обратную матрицу и притом только одну.

Свойства обратной матрицы

Операция обращения матрицы обладает следующими свойствами:

1. $(A^{-1})^{-1} = A$;
2. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$;
3. $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$;
4. $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$;
5. $E^{-1} = E$.

Пример 1. Вычислите матрицу, транспонированную к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 5 & 1 & 7 \\ 8 & -2 & 10 \end{pmatrix}$$

Решение. Поменяв местами строки столбца матрицы A , получим, что

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & -2 \\ -4 & 7 & 10 \end{pmatrix}$$

Пример2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Вычислите $C = 3A - 2B^T$.

Решение Имеем $C = 3 \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^T = 3 \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix} -$
 $2 \begin{pmatrix} 4 & 6 & 1 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 1 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 15 \\ 6 & 12 & 21 \end{pmatrix} -$
 $\begin{pmatrix} 8 & 12 & 2 \\ -6 & 10 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-8 & -9-12 & 15-2 \\ 6+6 & 12-10 & 21+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -21 & 13 \\ 12 & 2 & 33 \end{pmatrix}.$

Пример 3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 5 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -5 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$.

Вычислите $C = AB$

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 5 & -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -5 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 4 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + (-3) \cdot 8 & 4 \cdot 1 + 1 \cdot (-5) + (-3) \cdot (-3) \\ 5 \cdot 2 + (-2) \cdot 4 + 6 \cdot 8 & 5 \cdot 1 + (-2) \cdot (-5) + 6 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ 50 & -3 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Вычислить произведение матриц $A \cdot B$, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. Найдем размер матрицы-произведения (если умножение матриц возможно): $\begin{matrix} A & \cdot & B & = & C \\ 2 \times 3 & & 3 \times 3 & & 2 \times 3 \end{matrix}$

Вычислим элементы матрицы-произведения C , умножая элементы каждой строки матрицы A на соответствующие элементы столбцов матрицы B следующим образом:

$$\tilde{N} = \begin{pmatrix} (-1) \cdot 3 + 0 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) & (-1) \cdot 0 + 0 \cdot 4 + 2 \cdot 0 & (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 4 + 2 \cdot 0 \\ 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 0 \cdot (-2) & 3 \cdot 0 + 4 \cdot 4 + 0 \cdot 0 & 3 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 0 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

Получаем $C = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 1 \\ 29 & 16 & 19 \end{pmatrix}$

Пример 5. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Решение:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 & 1 \cdot 4 & 1 \cdot 1 \\ 4 \cdot 2 & 4 \cdot 4 & 4 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 4 & 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 8 & 16 & 4 \\ 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$BA = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 3 = 2 + 16 + 3 = 21.$$

Пример 6. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

Решение:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+10 & 4+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 16 \end{pmatrix}.$$

Определение. Рангом матрицы A называется число ненулевых строк, полученных после приведения ее к ступенчатому виду.

Теорема. Ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях матрицы.

С помощью элементарных преобразований можно привести матрицу к так называемому ступенчатому виду, когда вычисление ее ранга не представляет труда.

Матрица A называется **ступенчатой**, если она имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} & \dots & a_{1k} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2r} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{rr} & \dots & a_{rk} \end{pmatrix}$$

где $a_{ij} \neq 0, i = 1, 2, \dots, r; r \leq k$.

Пример 7. Нахождения матрицы с помощью элементарных преобразований. Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 1 & 5 & 3 \\ -4 & 5 & 7 & -10 & 0 \\ -2 & 1 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение:

1. Если $a_{11} = 0$, то при перестановке строк или столбцов добиваются того, что $a_{11} \neq 0$. В данном примере поменяем местами, например, 1-ю и 2-ю строки матрицы.

2. Если $a_{11} \neq 0$, то, умножая элементы 2-й, 3-й и 4-й строк на подходящие числа (именно на $-a_{21}/a_{11} = 0, -a_{31}/a_{11} = 2, -a_{41}/a_{11} = 1$) и прибавляя полученные числа соответственно к элементам 2-й, 3-й и 4-й строк, добьемся того, чтобы все элементы 1-го столбца (кроме a_{11}) равнялись нулю

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ -4 & 5 & 7 & -10 & 0 \\ -2 & 1 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 7 & -10 & 0 \\ 0 & -3 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Если в полученной матрице $a_{22} = 0$ (в данном случае $a_{22} = -1 \neq 0$), то, умножая элементы 3-й и 4-й строк на подходящие числа (а именно на $-a_{32}/a_{22} = -3$, — $-a_{42}/a_{22} = -3$), добьемся того, чтобы все элементы 2-го столбца (кроме a_{12}, a_{22}) равнялись нулю. Если в процессе преобразований получают строки (или столбцы), целиком состоящие из нулей (как в данном примере), то отбрасываем эти строки (или столбцы):

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Последняя матрица имеет ступенчатый вид и 2е ненулевые строки. Поэтому ранг полученной ступенчатой, а следовательно, и данной матрицы равен двум.

1.1.2. Определители матриц

Определение. Каждой квадратной матрице A размера $n \times n$ по некоторому правилу может быть поставлено в соответствие число, обозначаемое $|A|$ или $\det(A)$, называемое определителем n -го порядка или просто определителем, т. е. определитель является некоторой функцией элементов матрицы.

Общая формула для вычисления определителя n -го порядка достаточно сложна и громоздка, поэтому в практических случаях при вычислении определителей используют их свойства, полученные на основании исследования общей формулы.

Свойства определителей

1. Определителем матрицы второго порядка $a = (a_{ij})$, или определителем второго порядка, называется число, которое находится по формуле:

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21},$$

Например, пусть $A = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, тогда $\Delta = |A| = \begin{vmatrix} -2 & 8 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -2 \cdot 5 - 8 \cdot 1 = -18$

Пусть дана квадратная матрица третьего порядка $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

2. Определителем матрицы третьего порядка $a = (a_{ij})$, или определителем третьего порядка, называется число, которое находится по формуле

$$\Delta = |A| = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

3. При транспонировании матрицы ее определитель не меняется:
 $|A| = |A^T|.$

4. Если в матрице поменять местами две любые строки (два любых столбца), оставив остальные на своих местах, то определитель меняет свой знак на противоположный.

5. Определитель не меняется, если к какой-либо строке (столбцу) матрицы прибавить другую строку (столбец), умноженную на произвольное число.

6. Общий множитель элементов какой-либо строки (столбца) определителя можно вынести за знак определителя.

7. Если все элементы какой-либо строки (столбца) равны нулю, то определитель равен нулю.

Например, вычислить определитель третьего порядка $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

$$\text{тогда } \Delta = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 6 = 21$$

Определитель третьего порядка удобно вычислить по правилу треугольников (или по правилу Сарруса). Покажем это на схеме

$$\begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bullet & \circ & \circ \\ \circ & \bullet & \circ \\ \circ & \circ & \bullet \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \circ & \bullet & \circ \\ \circ & \circ & \bullet \\ \circ & \bullet & \circ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \circ & \circ & \bullet \\ \circ & \bullet & \circ \\ \circ & \circ & \bullet \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \circ & \circ & \bullet \\ \circ & \bullet & \circ \\ \circ & \circ & \bullet \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \circ & \bullet & \circ \\ \circ & \circ & \bullet \\ \circ & \circ & \bullet \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \bullet & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \bullet \\ \circ & \bullet & \circ \end{vmatrix}$$

Например,

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 \cdot 5 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 4 \cdot 3 - 2 \cdot 0 \cdot 3 - (-1) \cdot 2 \cdot 5 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0 + 4 - 12 - 0 + 10 - 4 = -2$$

Для того, чтобы ввести понятие определителя более высокого порядка, потребуются некоторые дополнительные понятия.

Минором M_{ij} элемента a_{ij} матрицы n -го порядка называется определитель матрицы $(n-1)$ порядка, полученной матрицы A вычеркиванием i -й строки и j -го столбца. Например, минором элемента a_{12} матрицы A третьего порядка будет

$$M_2 = \begin{vmatrix} \overline{a_{11}} & \overline{a_{12}} & \overline{a_{13}} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{21}a_{33} - a_{31}a_{23}.$$

Каждая матрица n -го порядка имеет n^2 миноров $(n-1)$ -го порядка.

Алгебраическим дополнением элемента A_{ij} матрицы n -го порядка называется его минор, взятый со знаком $(-1)^{i+j}$; т.е. алгебраическое дополнение совпадает с минором, если сумма номеров строки и столбца $(i + j)$ - четное число, и отличается от минора знаком, если $(i + j)$ - нечетное число.

Например, $A_{23}=(-1)^{2+3}M_{23}=-M_{23}$; $A_{31}=(-1)^{3+1}M_{31}=M_{31}$

Например, найти алгебраические дополнения всех элементов матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение

$$A_{11}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}=0; \quad A_{12}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=0;$$

$$A_{13}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}=0;$$

$$A_{21}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}=0; \quad A_{22}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=0;$$

$$A_{23}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}=0;$$

$$A_{31}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=0; \quad A_{32}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=0;$$

$$A_{33}=(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}=0;$$

Определителем квадратной матрицы A n -го порядка называется число, равное сумме произведений элементов 1-й строки на их алгебраические дополнения:

$$\Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \dots + a_{1n}A_{1n} = \sum_{s=1}^n a_{1s}A_{1s} \quad (\text{разложение по элементам 1-й строки}).$$

Так, например, вычисление определителя 4-го порядка сведется к вычислению четырех определителей 3-го порядка.

Знание свойств определителей позволит избежать громоздких вычислений.

Определение. Расширенной матрицей системы линейных уравнений $A\vec{x}=\vec{b}$ называется матрица, полученная дописыванием к матрице A справа столбца свободных членов. Расширенная матрица имеет вид

$$(A|\vec{b}) = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right).$$

Вертикальная черта используется только для зрительного удобства и не несет никакой дополнительной смысловой нагрузки.

Определение. Элементарные системы линейных уравнений:

- 1) Перестановка местами двух уравнений системы;
- 2) умножение уравнения на число, отличное от нуля;
- 3) прибавление к одному уравнению системы другого уравнения.

Теорема. Элементарные преобразования систем линейных уравнений совпадают с элементарными преобразованиями системы линейных уравнений приводят её к эквивалентной системе уравнений.

Видно, что элементарные преобразования систем линейных уравнений совпадают с элементарными преобразованиями, проводимыми с расширенными матрицами этих систем уравнений. Поэтому при решении систем матрицами этих систем уравнений. Поэтому при решении систем уравнений и приведении их к более простому виду оказывается более удобным проводить преобразования не с самими уравнениями, а с расширенной матрицей системы.

Теорема. (Кронекера-Капелли). Система линейных уравнений $A\vec{x}=\vec{b}$ совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы; $\text{rang}(A) = \text{rang}((A|\vec{b}))$.

Теорема. Если $\text{rang}(A)=\text{rang}((A|\vec{b})) = n$,
где n — количество неизвестных, то система линейных уравнений

$A\vec{x}=\vec{b}$ имеет единственных, то система линейных уравнений $A\vec{x}=\vec{b}$ имеет бесконечное множество решений.

Иначе говоря, если система линейных уравнений совместна и количество независимых уравнений совпадает с количеством неизвестных, то система уравнений имеет единственное решение. Если количество независимых уравнений меньше количества неизвестных, решений будет бесконечно много.

Решение системы линейных уравнений

Методом Гаусса

Пусть дана система m линейных уравнений, содержащая n неизвестных: $A\vec{x}=\vec{b}$. Для её решения нужно выполнить следующие действия.

1. Составить расширенную матрицу системы $(A|\vec{b})$.
2. Используя элементарные преобразования над строками расширенной матрицы $(A|\vec{b})$, привести её к ступенчатому виду.
3. Выяснить, совместна система или нет. Для этого определить ранги матриц A и $(A|\vec{b})$. Ранги этих матриц равны количеству ненулевых строк после приведения матриц к ступенчатому виду.
4. Если система совместна и $\text{rang}(A)=n$, где n – количество неизвестных, то решение системы будет единственным. Для его нахождения надо решать преобразованную систему, двигаясь от последнего уравнения к первому. На каждом шаге придется решать уравнение, содержащее только одну неизвестную, остальные неизвестные оказываются найденными на предыдущих шагах.
5. Если система совместна и $\text{rang}(A)<n$, где n – количество неизвестных, то решение системы будет неединственным. В этом случае сначала надо выбрать базисные неизвестные. Это можно сделать неединственным образом. Приведем один из способов выбора базисных неизвестных. В качестве базисных неизвестных выберем неизвестные,

стоящие при ненулевых коэффициентах в начале ступени (матрица приведена к ступенчатому виду) каждой строки. Остальные неизвестные можно выбирать произвольно, и они называются свободными неизвестными. Видно, что если после приведения к ступенчатому виду матрица системы содержит r ненулевых строк ($\text{rang}(A) = r$), а количество неизвестных равно n , то количество базисных неизвестных будет равно r (число ненулевых строк), в то время как количество свободных неизвестных будет равно $n - r$. Введём различные обозначения для свободных неизвестных. Для нахождения базисных неизвестных будем решать преобразованную систему, двигаясь от последнего уравнения к первому. В результате получим равенства, выражающие базисные переменные через свободные. Процесс решения совместной системы заканчивается получением формул, по которым могут быть найдены все неизвестные.

Метод Гаусса еще называют методом исключения неизвестных.

Решение систем линейных уравнений методом Крамера

Пусть нам требуется решить систему линейных уравнений вида:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = s_1 \\ a_2x + b_2y = s_2 \end{cases}$$

На первом шаге вычислим определитель $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, его называют *главным определителем системы*.

Если $\Delta = 0$, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений). В этом случае правило Крамера не поможет, нужно использовать метод Гаусса (см. выше).

Если $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное решение, и для нахождения корней мы должны вычислить еще два определителя:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} s_1 & b_1 \\ s_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & s_1 \\ a_2 & s_2 \end{vmatrix}$$

На практике вышеуказанные определители также могут обозначаться латинской буквой D .

Корни уравнения находим по формулам:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

Переходим к рассмотрению правила Крамера для системы трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 = s_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 = s_2 \\ a_3x_1 + b_3x_2 + c_3x_3 = s_3 \end{cases}$$

Находим главный определитель системы:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Если $D = 0$, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений). В этом случае правило Крамера не поможет, нужно использовать метод Гаусса (см. выше).

Если $D \neq 0$, то система имеет единственное решение и для нахождения корней мы должны вычислить еще три определителя:

$$D_1 = \begin{vmatrix} s_1 & b_1 & c_1 \\ s_2 & b_2 & c_2 \\ s_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & s_1 & c_1 \\ a_2 & s_2 & c_2 \\ a_3 & s_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & s_1 \\ a_2 & b_2 & s_2 \\ a_3 & b_3 & s_3 \end{vmatrix}$$

И, наконец, ответ рассчитывается по формулам:

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}, \quad x_3 = \frac{D_3}{D}$$

Как видите, случай «три на три» принципиально ничем не отличается от случая «два на два», столбец свободных членов последовательно «прогуливается» слева направо по столбцам главного определителя.

1.2. MS Excel как средство изучения линейной алгебры

Среда MS Excel представляет собой набор инструментов для обработки данных, как правило, числовых. Ядром данной прикладной программы являются функции MS Excel (финансовые, математические, статистические, баз данных и т.д.), предназначение которых ясно из названий. В этой главе мы применим средства Excel для решения задач линейной алгебры.

1.2.1. MS Excel основные определения

Рабочие книги - это файлы Microsoft Excel, которые могут содержать таблицы, диаграммы, программные модули. После запуска Excel первой книге дается имя Книга1. Если в течение текущего сеанса работы открывается новая книга, Excel назовет ее Книга2. Рабочая книга создается в оперативной памяти. Т.е., если не сохранить рабочую книгу на жестком диске, после выключения компьютера вся информация из нее будет утеряна.

Книга Excel содержит листы 5 типов:

- рабочие листы;
- листы диаграмм;
- модули Visual Basic;
- листы диалогов;
- листы макросов.

Таблицы - трехмерные, горизонтальные строки и вертикальные столбцы - двумерная таблица, листы - третья составляющая.

Рабочие листы разбиты на строки и столбцы. Строки нумеруются от 1 до 16384, столбцы - от A до IV(от A до Z, AA до AZ, BA до BZ...) → всего 256 столбцов.

Пересекаясь, строки и столбцы образуют ячейки, в которых хранятся данные. Каждая ячейка имеет однозначные координаты, называемые адресом. Адрес ячейки образуется из названия столбца и

номера строки, на пересечении которых находится ячейка: A1; C6; B12. На листе > 4 млн. ячеек.

При использовании группы ячеек (диапазон ячеек) их адреса записываются через оператор ссылки.

Ссылка- используется для указания одной или нескольких ячеек в формуле или команде. В качестве ссылки можно использовать адрес одной ячейки, адреса групп ячеек, которые записываются через оператор ссылки, или имена.

Оператор ссылки:

:-определяет ссылку на все ячейки, расположенные между двумя адресами (прямоугольная область);

;- объединяет ячейки, на которые указывают две исходные ссылки (объединение двух прямоугольных областей);

(пробел) - определяет одну ссылку на ячейки, общие для двух ссылок (пересечение 2 прямоугольных областей).

1.2.2. Основные функции в MS Excel для решения задач линейной алгебры

В Excel существуют следующие функции действий над матрицами:

МУМНОЖ – возвращает произведение матриц (матрицы хранятся в массивах). Результатом является массив с таким же числом строк, как массив 1, и с таким же числом столбцов, как массив 2.

МОПРЕД – возвращает определитель матрицы (матрица хранится в массиве).

ТРАНСП – транспонирование матрицы.

МОБР – возвращает обратную матрицу для матрицы, хранящейся в массиве.

Для простейших действий над матрицами, такими как:

- сложение/вычитание двух матриц;
- умножение матрицы на число

использование встроенных функций MS Excel не требуется. Для выполнения арифметических действий, но не над числами, а над массивами чисел (матрицами), достаточно составить необходимую формулу для одного из элементов, а затем скопировать ее для всех остальных. За счет индексации (адреса) каждой ячейки листа MS Excel будет получен корректный результат.

2. Практическая часть

2.1. Выполнение действий с матрицами

Сложение и вычитание матриц

В MS Excel для выполнения операций суммирования и вычитания матриц могут быть использованы формулы, вводимые в соответствующие ячейки.

Пример: Пусть даны две матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Необходимо выполнить сложение и вычитание матриц. Для этого, вводим элементы каждой матрицы в соответствующий диапазон ячеек

Затем табличный курсор установите в левый верхний угол результирующей матрицы, например в B7. Введите формулу для вычисления первого элемента результирующей матрицы, например $=B2 + G2$, нажмите ENTER. А потом последовательно протягивая курсор автозаполнения (указатель мыши принимает вид тонкого крестика) заполните остальные ячейки. В результате получится матрица B7:D9, которая является сложением данных двух матриц.

Буфер обмена											
Шрифт											
Выравнивание											
СУММ X ✓ fx =B2+G2											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		6	-3	6			1	2	3		
3	A=	1	-2	5		B=	-1	-2	-3		
4		2	7	9			4	0	4		
5											
6											
7		=B2+G2		-1	9		5	-5	3		
8	C=A+B	0	-4	2		C=A-B	2	0	8		
9		6	7	13			-2	7	5		
10											
11											

Рисунок 1

Аналогично выполняется вычитание двух матриц.

Умножение матриц на число

Необходимо выполнить умножение матрицы на число

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ вычислить матрицу $3A$

Выполняется действие аналогично сложению, вводим данные матрицы A в диапазон ячеек B2:D4, затем переводим курсор на ячейку G2 и мастером ввода формул вводим формулу: $=3*B2$, а затем производим автозаполнение.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		6	-3	6			=3*B2	-9	18	
3	A=	1	-2	5		3A=	3	-6	15	
4		2	7	9			6	21	27	
5										
6										
7										

Рисунок 2

Умножение матриц

Для нахождения произведения двух матриц в Excel используется функция **МУМНОЖ** (матрицы хранятся в массивах).

Функция имеет вид **МУМНОЖ** (*массив1;массив2*). Здесь массив1 и массив2 — это перемножаемые массивы. При этом количество столбцов аргумента массив1 должно быть таким же, как количество строк аргумента массив2, и оба массива должны содержать только числа. Результатом является массив с таким же числом строк, как массив1 и с таким же числом столбцов, как массив2.

Массив C, который является произведением двух массивов A и B, определяется следующим образом: $c_{i,j} = \sum a_{ik} b_{kj}$ где i — номер строки, а j — k номер столбца.

Рассмотрим примеры умножения матриц.

1. Пусть матрица A введена в диапазон B2:D4, а матрица B — в диапазон G2:I4. Необходимо найти произведение этих матриц C.

- 1) Выделим блок ячеек под результирующую матрицу. Для этого требуется найти размер матрицы-произведения. Ее размерность будет, в данном примере, 3x3. Например, выделим блок ячеек B7:D9.
- 2) Нажмем на панели инструментов Стандартная кнопку Вставка функции.
- 3) В появившемся диалоговом окне Мастер функций в поле Категория выберите Математические, а в поле Функция — имя функции **МУМНОЖ**. После этого щелкните на кнопке ОК.

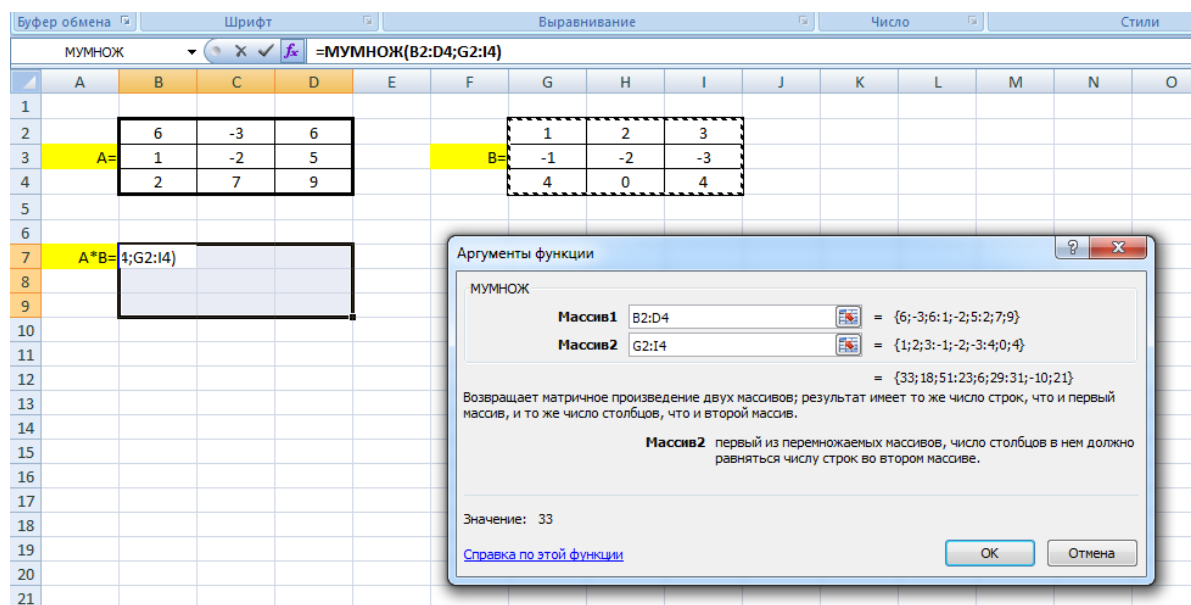


Рисунок 3

Введем диапазон исходной матрицы A — B2:D4 в рабочее поле Массив1, а диапазон матрицы B — G2:I4 в рабочее поле Массив2 (рис.3). После этого нажмем сочетание клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**.

В результате в диапазоне ячеек B7:D9 появится результат умножения матриц.

		B7				fx {=МУМНОЖ(B2:D4;G2:I4)}									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J					
1															
2		6	-3	6			1	2	3						
3	A=	1	-2	5			-1	-2	-3						
4		2	7	9			4	0	4						
5															
6															
7	A*B=	33	18	51											
8		23	6	29											
9		31	-10	21											
10															
11															

Рисунок 4

2. Пусть матрица A введена в диапазон B13:E15, а матрица B — в диапазон H12:I15. Необходимо найти произведение этих матриц C.

1) Выделим блок ячеек под результирующую матрицу. Для этого требуется найти размер матрицы-произведения. Ее размерность будет, в данном примере, 3x2. Например, выделим блок ячеек B18:C20.

2) Нажмем на панели инструментов Стандартная кнопку Вставка функции.

3) В появившемся диалоговом окне Мастер функций в поле Категория выберите Математические, а в поле Функция — имя функции МУМНОЖ. После этого щелкните на кнопке ОК.

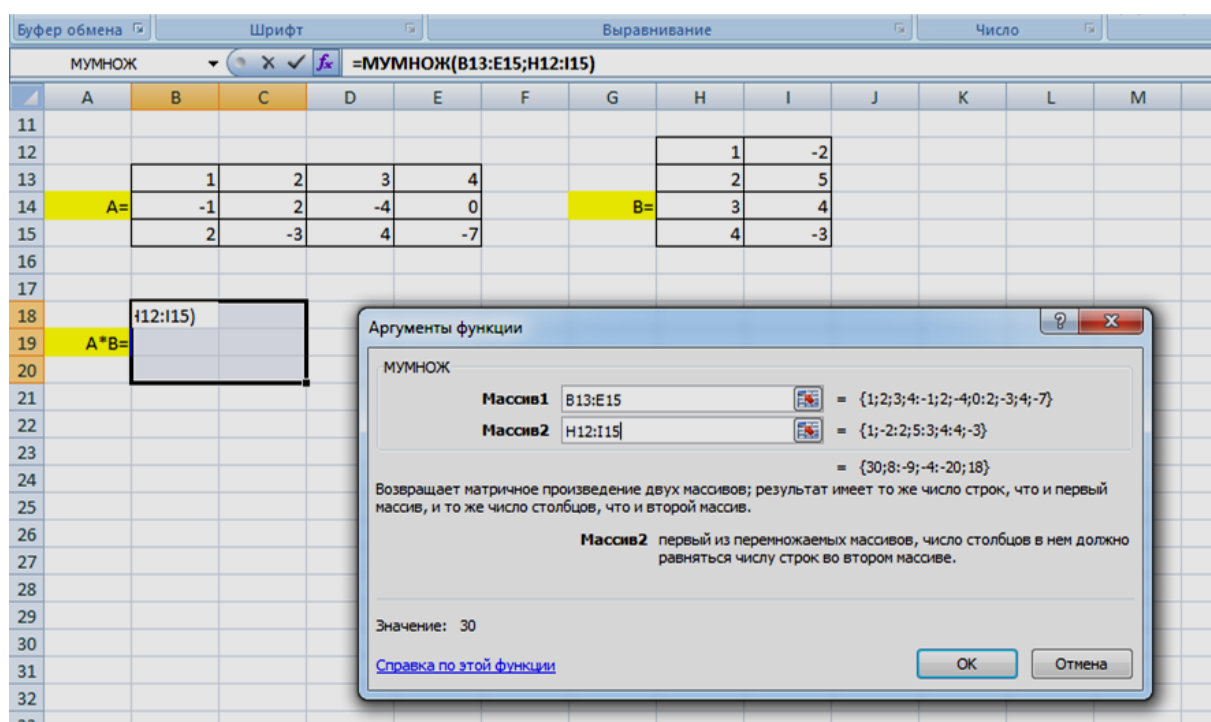
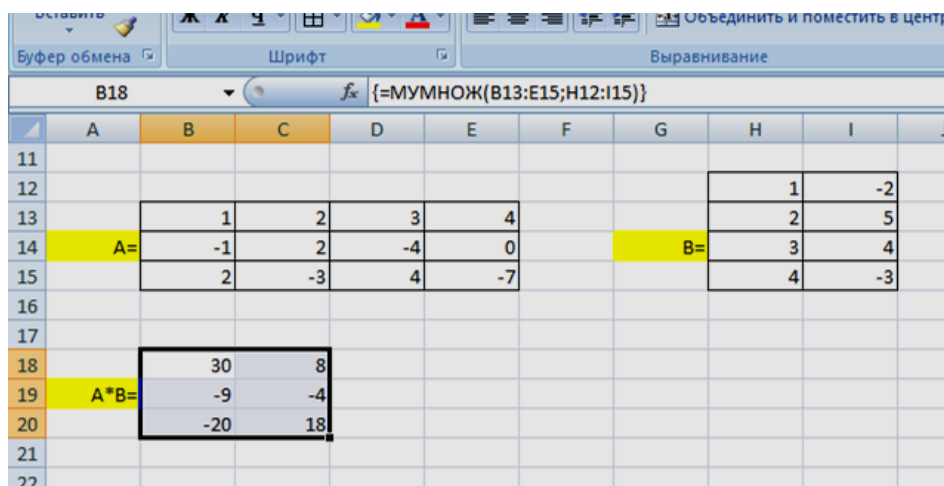


Рисунок 5

Введем диапазон исходной матрицы A — B13:E15 в рабочее поле Массив1, а диапазон матрицы B — H12:I15 в рабочее поле Массив2 (рис.5). После этого нажмем сочетание клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**.

В результате в диапазоне ячеек B7:D9 появится результат умножения матриц.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
11										
12								1	-2	
13		1	2	3	4			2	5	
14	A=	-1	2	-4	0		B=	3	4	
15		2	-3	4	-7			4	-3	
16										
17										
18		30	8							
19	A*B=	-9	-4							
20		-20	18							
21										
22										

Рисунок 6

Аналогично выполняется умножение для остальных видов матрицы, главное правильно определить размерность полученной матрицы!

Нахождение обратной матрицы

В MS Excel для нахождения обратной матрицы используется функция **МОБР**, которая вычисляет обратную матрицу для матрицы, хранящейся в таблице в виде массива.

Функция имеет вид **МОБР (массив)**. Здесь массив — это числовой массив с равным количеством строк и столбцов. Массив может быть задан как диапазон ячеек, например A1:C3; как массив констант, например {1;2;4;5;6;7;8;9} или как имя диапазона или массива.

Пусть в диапазон ячеек B2:D4 введена матрица $A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$

Необходимо получить обратную матрицу.

Решение

1. Заполните диапазон ячеек B2:D4 матрицы A. Выделите блок ячеек под обратную матрицу, например, блок ячеек G2:I4 (указателем мыши при нажатой левой кнопке).

2. Нажмите на панели инструментов Стандартная кнопку **Вставка**

Функции . В появившемся диалоговом окне Мастер функций в

рабочем поле **Категория** выберите **Математические**, а в рабочем поле **Функция** — имя функции **МОБР**. Щелкните на кнопке ОК.

3 Введите диапазон исходной матрицы B2:D4 в рабочее поле Массив (указателем мыши при нажатой левой кнопке).

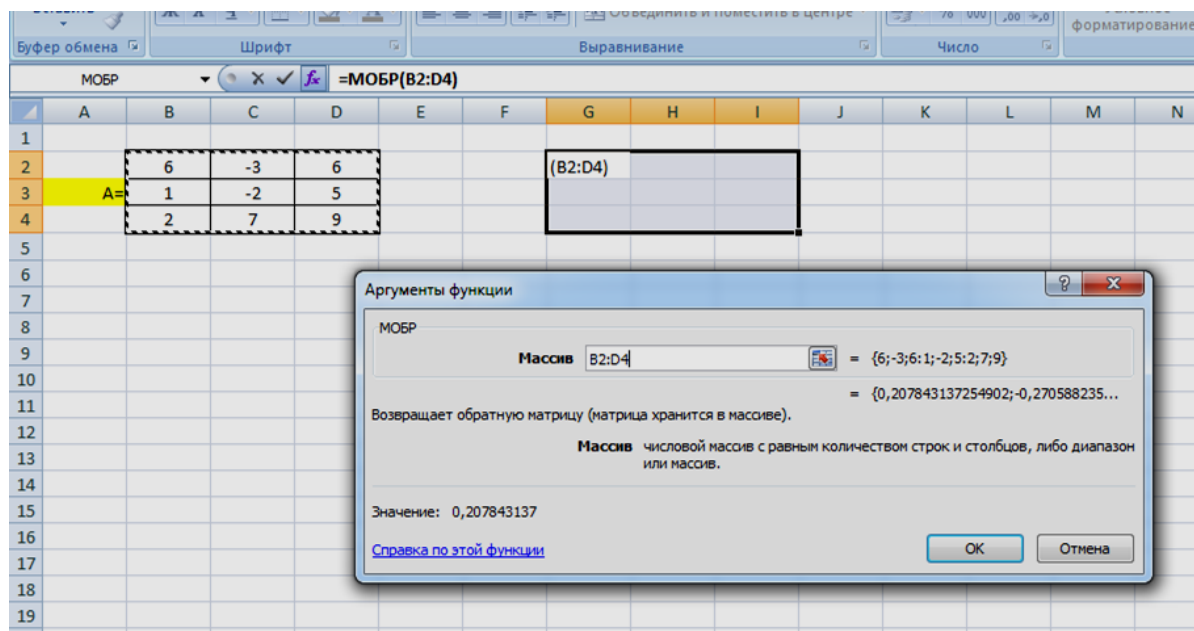


Рисунок 7

4 Нажмите сочетание клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**. В результате в диапазоне G2:I4 появится обратная матрица:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		6	-3	6			0,207843	-0,27059	0,011765	
3	A=	1	-2	5			-0,00392	-0,16471	0,094118	
4		2	7	9			-0,04314	0,188235	0,035294	
5										
6										
7										
8										

Рисунок 8

Транспонирование матриц

Для осуществления транспонирования в Excel используется функция **ТРАНСП**, которая позволяет поменять ориентацию массива на рабочем листе с вертикальной на горизонтальную и наоборот.

Функция имеет вид: **ТРАНСП(массив)**. Здесь массив — это транспонируемый массив или диапазон ячеек на рабочем листе.

Транспонирование массива заключается в том, что первая строка массива становится первым столбцом нового массива, вторая строка массива становится вторым столбцом нового массива и т. д.

Предположим, что в диапазон ячеек B2:F3 введена матрица

размера 2×5 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & 1 \\ 7 & -5 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ необходимо получить транспонированную матрицу.

Решение.

1. Выделите (указателем мыши при нажатой левой кнопке) блок ячеек под транспонированную матрицу (5 x 2). Например, B6:C10.
2. Нажмите на панели инструментов Стандартная кнопку **Вставка функции**. В появившемся диалоговом окне Мастер функций в рабочем поле **Категория** выберите **Ссылки и массивы**, а в рабочем поле Выберите функцию — имя функции **ТРАНСП** (рис.9). После чего щелкните по кнопке ОК.

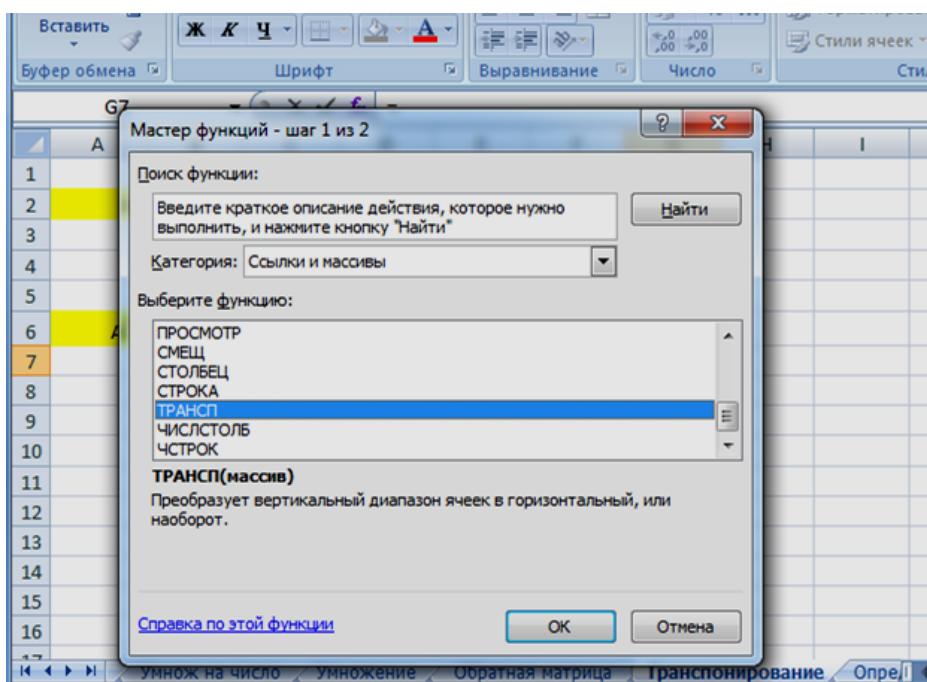


Рисунок 9

3 Введите диапазон исходной матрицы B2:F3 в рабочее поле Массив

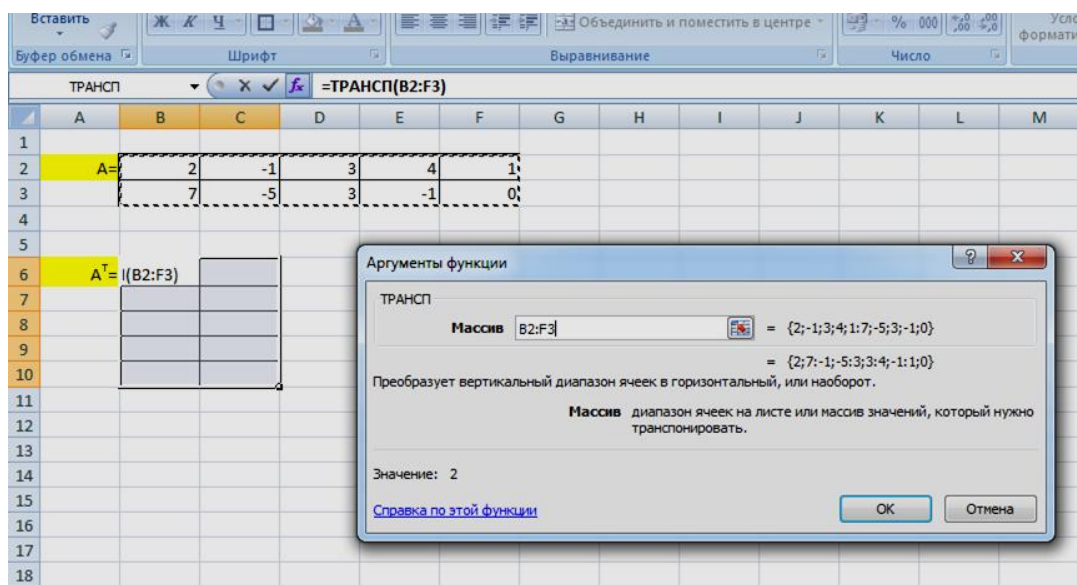


Рисунок 10

После чего нажмите сочетание клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**. В результате в диапазоне B6:C10 появится транспонированная матрица.

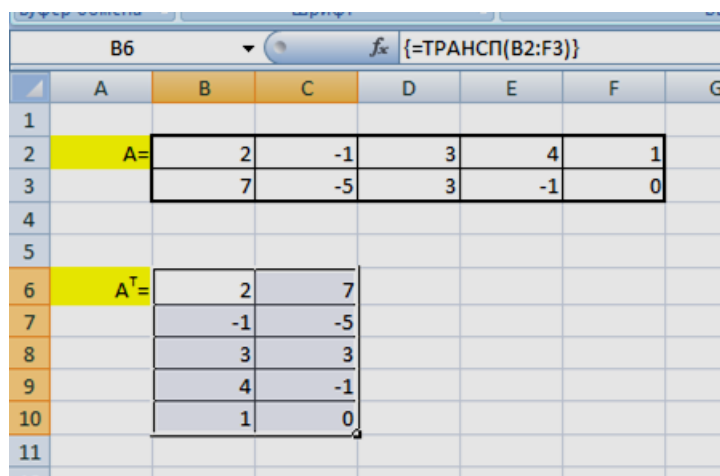


Рисунок 11

Вычисление определителей матрицы

В MS Excel для вычисления определителя квадратной матрицы используется функция **МОПРЕД**.

Функция имеет вид **МОПРЕД(массив)**. Здесь массив — это числовой массив, в котором хранится матрица с равным количеством строк и столбцов. При этом массив должен быть задан как интервал ячеек, например, A1:C3; или как массив констант, например, {1;2;3;4;5;6;7;8;9;}.

В диапазон ячеек B2:D4 введена матрица $A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ и

необходимо вычислить определитель данной матрицы.

Решение

- 1 Табличный курсор поставьте в ячейку, в которой требуется получить значение определителя, например: G3
- 2 Нажмите на панели инструментов Стандартная кнопку **Вставка функции**.
- 3 В появившемся диалоговом окне Мастер функций в рабочем поле **Категория** выберите **Математические**, а в рабочем поле **Функция** — имя функции **МОПРЕД**. После этого щелкните на кнопке ОК.

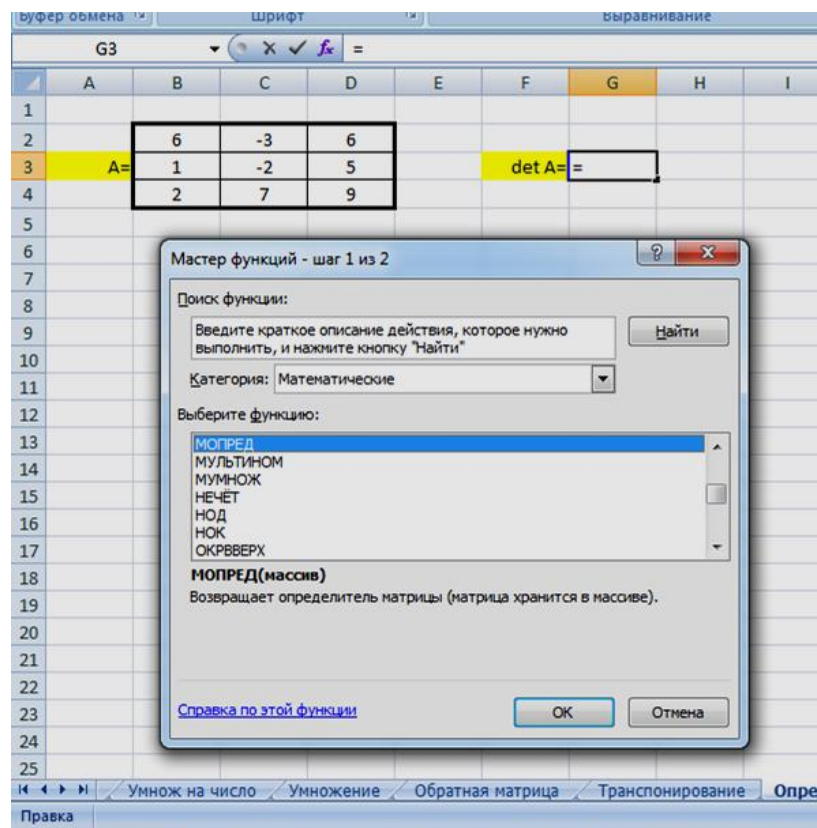


Рисунок 12

4. Введите диапазон значений элементов исходной матрицы B2:D4 в рабочее поле Массив. Нажмите кнопку ОК (рис.13).

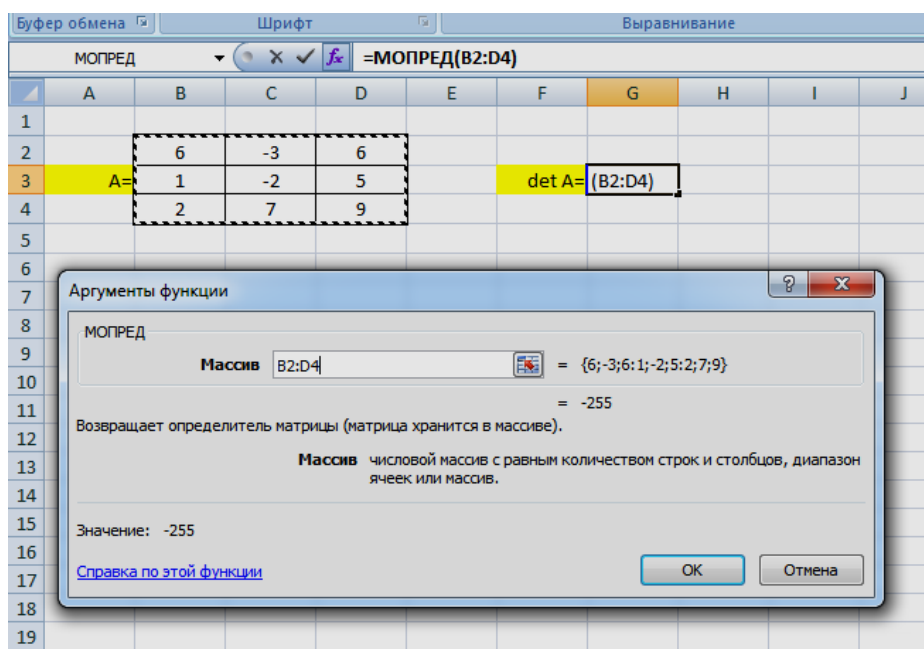


Рисунок 13

В ячейке. G3 появится значение определителя матрицы — -255. (рис. 14)

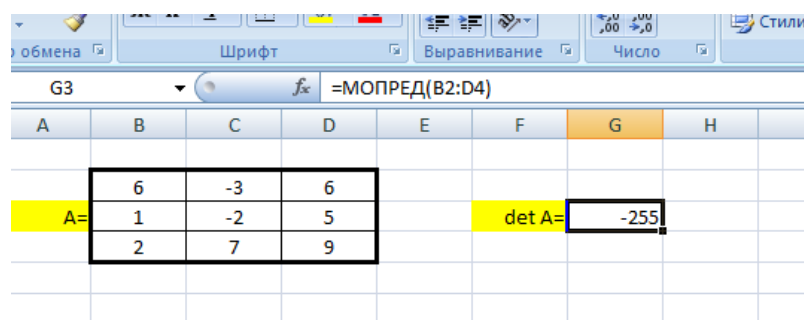


Рисунок 14

Полученные знания работы с матрицами и действия над ними в MS Excel, можно также применить и при решении других задач линейной алгебры. Например, таких как, решение систем линейных уравнений.

3. Методические разработки уроков.

Методическая разработка 1

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Волгоградский медико-экологический техникум»

Методическая разработка практического занятия математики по теме «Выполнение действий над матрицами»

Аннотация

В данной методической разработке представлено занятие по математике в виде практического занятия по теме «Выполнение действий над матрицами». Разработка может быть использована при изучении темы «Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами» студентами вторых курсов по специальности «Пожарная безопасность».

Занятие построено с применением интегративных связей учебных дисциплин математика и информатика с элементом проблемного метода обучения. Тема «Выполнение действий над матрицами» входит в программу учебной дисциплины «Математика» по специальности 20.02.04. Пожарная безопасность.

В методической разработке представлен пример как сделать практическое занятие по математике более увлекательным для студентов и в то же время отработать навык работы с математическими действиями над матрицами, а также показать межпредметную связь математики и информатики.

Для решения данной проблемы применяю информационные технологии, в частности, приложение Microsoft Office Excel. Использование данного программного продукта позволяет экономить время при проверке практической работы, а также позволяет студентам применить свои знания полученные на уроках информатики.

Методическая разработка будет полезна преподавателям и учителям математики, а также студентам.

Описание и структура урока

Тема занятия: Выполнение действий над матрицами.

Тип занятия: практическое занятие.

Вид занятия: интегрированное занятие.

Формируемые компетенции:

- осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития (ОК-4).
- использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (ОК-5).
- брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий (ОК- 7).
- разрабатывать мероприятия, обеспечивающие пожарную безопасность зданий, сооружений, технологических установок и производств. (ПК-2.2)
- проводить противопожарную пропаганду и обучать граждан, персонал объектов правилам пожарной безопасности (ПК-2.4)

В результате изучения темы студент должен:

знать:

- математические действия над матрицами (сложение, вычитание, умножение и возведение в степень);
- транспонирование матриц.

уметь:

- выполнять действия с матрицами;
- уметь выполнить самопроверку с помощью средств MS Excel;
- пользоваться готовыми шаблонами MS Excel.

Цель занятия: создать условия для формирования умения обучающихся выполнять действия с матрицами с использованием средств MS Excel.

Задачи занятия:

Обучающая: Научить выполнять математические действия с матрицами с использованием MS Excel.

Развивающая: Развить логическое мышление, память, творческую активность, умения и навыки работы с программой Excel.

Воспитательная: Формировать потребность рационально использовать время на уроке и оценивать результаты своего труда.

Продолжительность занятия: 90 минут.

Оснащение занятия: ПК, проектор, Microsoft office (PowerPoint и Excel).

Структура занятия

Организационный момент:

Вступительное слово преподавателя, оглашение темы и плана занятия.

Актуализация знаний:

1. Что такое матрица?
2. Что такое матрица в приложении MS Excel?
3. Что такое массив, и как с ним работать?
4. Какие виды матриц вы знаете?
5. Какие можно выполнять действия над матрицами?
6. Принцип выполнения действия сложения и вычитания матриц?
7. Принцип выполнения действия умножения?
8. Как возвести матрицу в степень?
9. Что такое транспонирование матриц?

Выполнение практического задания:

Каждый студент выполняет номер своего варианта, который определен порядковым номером в журнале (т.е. если студент в журнальном списке стоит 13, то он выполняет 13 вариант)

После выполнения своих заданий, студент говорит о готовности своему преподавателю, показывает выполненный вариант и садиться за компьютер, для его самопроверки. В данном случае для группы Пожарная безопасность мною разработан некий шаблон (с.м. файл *Шаблон к практической действия с матрицами.xlsx*) для быстроты проверки, но с использованием основных функций MS Excel. А для групп специализированного характера (например, программирование в компьютерных системах), советую, чтоб шаблон они выполнили сами (возможно даже на уроке информатики отработывая навыки работы в MS Excel).

После самопроверки, студент сам исправляет и находит свои ошибки, а также выставляет себе оценку (учим студентов вырабатывать ответственность за свои действия ОК-7)

Задания для самостоятельного выполнения студентом:

(варианты работ берутся согласно номеру в учебном журнале)

ЗАДАНИЕ 1. Выполнить действия:

1) $A+B$; 2) $B-A$; 3) $3A+2B$; 4) B^2-A

$1.A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	$2.A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 4 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 6 & -4 & 9 \end{pmatrix}$
$3.A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 8 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	$4.A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 8 \\ -1 & 6 & 0 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

5.A= $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 8 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 2 & -7 & 8 \end{pmatrix}$	6.A= $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 1 & 9 & 1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ -6 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
7.A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 3 & 7 & 2 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$	8.A= $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} -9 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 8 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix}$
9.A= $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 4 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	10.A= $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
11.A= $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 6 & -4 & 9 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$	12.A= $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 2 & -7 & 8 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ -6 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
13.A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 8 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	14.A= $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
15.A= $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 4 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 6 \\ 5 & 1 & 7 \\ -7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	16.A= $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 7 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
17.A= $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & -7 & -2 \\ 1 & 0 & 8 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	18.A= $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 4 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
19.A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ -6 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	20.A= $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 7 \\ -1 & 0 & 5 \\ 2 & 7 & 2 \end{pmatrix}$
21.A= $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 4 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	22.A= $\begin{pmatrix} 5 & 6 & -2 \\ 7 & 8 & -9 \\ 4 & 8 & -3 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ -6 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
23.A= $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 6 & -9 & 6 \\ -4 & 1 & 3 \\ 7 & 0 & -5 \end{pmatrix}$	24.A= $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -8 & 9 & 3 \\ 7 & -3 & -2 \end{pmatrix}$
25.A= $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ -6 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	26.A= $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -8 & 9 & 3 \\ 7 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$
27.A= $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	28.A= $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -8 & 9 & 3 \\ 7 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

${}_{29}.A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -8 & 9 & 3 \\ 7 & -3 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$	${}_{30}.A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$
---	---

ЗАДАНИЕ 2. Умножить матрицы:

$1. \text{ a) } \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
$2. \text{ a) } \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
$3. \text{ a) } \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
$4. \text{ a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
$5. \text{ a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$6. \text{ a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
$7. \text{ a) } \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
$8. \text{ a) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

9. a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
10. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
11. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$
12. a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
13. a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
14. a) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$
15. a) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
16. a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
17. a) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
18. a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}; \text{в)} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

19. a)	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
20. a)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
21. a)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
22. a)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
23. a)	$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
24. a)	$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
25. a)	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
26. a)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
27. a)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$
28. a)	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}; \text{б)}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \text{в)}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

29. а) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
30. а) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ 3. Транспонировать матрицу:

1. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}$	5. $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -5 \end{pmatrix}$	6. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & -4 & -6 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & -3 \end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}$	9. $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -5 \end{pmatrix}$
10. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	11. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}$	12. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 5 \\ 3 & 8 & 1 & 9 \end{pmatrix}$
13. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 9 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	14. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	15. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
16. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	17. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	18. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$
19. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	20. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}$	21. $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -5 \end{pmatrix}$

22. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & -4 & -6 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & -3 \end{pmatrix}$	23. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	24. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}$
25. $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -5 \end{pmatrix}$	26. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	27. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}$
28. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 5 \\ 3 & 8 & 1 & 9 \end{pmatrix}$	29. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 9 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	30. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 & 0 \\ 3 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Методическая разработка 2

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Волгоградский медико-экологический техникум»

Методическая разработка практического занятия математики по теме «Вычисление определителей»

Аннотация

В данной методической разработке представлено занятие по математике в виде практического занятия по теме «Вычисление определителей». Разработка может быть использована при изучении темы «Матрицы. Определитель матрицы» студентами вторых курсов по специальности «Пожарная безопасность».

Занятие построено с применением интегративных связей учебных дисциплин математика и информатика с элементом проблемного метода обучения. Тема «Вычисление определителей матрицы» входит в программу учебной дисциплины «Математика» по специальности 20.02.04. Пожарная безопасность.

В методической разработке представлен пример как сделать практическое занятие по математике более увлекательным для студентов и в то же время отработать навык работы вычисления определителей, а также показать межпредметную связь математики и информатики.

Для решения данной проблемы применяю информационные технологии, в частности, приложение Microsoft Office Excel. Использование данного программного продукта позволяет экономить время при проверке практической работы, а также позволяет студентам применить свои знания полученные на уроках информатики.

Методическая разработка будет полезна преподавателям и учителям математики, а также студентам.

Описание и структура урока

Тема занятия: Вычисление определителей.

Тип занятия: практическое занятие.

Вид занятия: интегрированное занятие.

Формируемые компетенции:

- осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития (ОК-4).
- использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (ОК-5).
- брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий (ОК- 7).
- разрабатывать мероприятия, обеспечивающие пожарную безопасность зданий, сооружений, технологических установок и производств. (ПК-2.2)
- проводить противопожарную пропаганду и обучать граждан, персонал объектов правилам пожарной безопасности (ПК-2.4)

В результате изучения темы студент должен:

знать:

- что такое определитель матрицы.

уметь:

- вычислять определитель матрицы;
- выполнить самопроверку с помощью средств MS Excel;
- пользоваться готовыми шаблонами MS Excel.

Цель занятия: научить вычислять определитель матрицы и выполнять самопроверку с использованием средств MS Excel.

Задачи занятия:

Обучающая: Научить вычислять определитель матрицы.

Развивающая: Развить логическое мышление, память, творческую активность, умения и навыки работы с программой Excel.

Воспитательная: Формировать потребность рационально использовать время на уроке и оценивать результаты своего труда.

Продолжительность занятия: 90 минут.

Оснащение занятия: ПК, проектор, Microsoft office (PowerPoint и Excel).

Структура занятия

Организационный момент:

Вступительное слово преподавателя, оглашение темы и плана занятия.

Актуализация знаний:

1. Что такое определитель?
2. способы вычисления определителей?
3. Что такое алгебраическое дополнение?
4. Что такое минор?

Выполнение практического задания:

Каждый студент выполняет номер своего варианта, который определен порядковым номером в журнале (т.е. если студент в журнальном списке стоит 13, то он выполняет 13 вариант)

После выполнения своих заданий, студент говорит о готовности своему преподавателю, показывает выполненный вариант и садиться за компьютер, для его самопроверки. В данном случае с помощью MS Excel можно проверить правильность вычисления определителя (самостоятельно используя функцию МОПРЕД).

После самопроверки, студент сам исправляет и находит свои ошибки, а также выставляет себе оценку (учим студентов вырабатывать ответственность за свои действия ОК-7)

Задания для самостоятельного выполнения студентом:

(варианты работ берутся согласно номеру в учебном журнале)

ЗАДАНИЕ 1:

- 1.1. Выписать все миноры данного определителя;
- 1.2. Вычислить определитель с помощью правила «треугольников».

1. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 4 & 3 & -5 \\ -6 & -4 & 3 \end{vmatrix}$	2. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 8 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$	3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$	4. $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 10 & 2 & 12 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$	5. $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$
6. $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix}$	7. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{vmatrix}$	8. $\begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$	9. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	10. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$
11. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$	12. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	13. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 7 & 49 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix}$	14. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 81 \end{vmatrix}$	15. $\begin{vmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$

16. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$	17. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 4 & 3 & -5 \\ -6 & -4 & 3 \end{vmatrix}$	18. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 8 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$	19. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$	20. $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 10 & 2 & 12 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$
21. $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$	22. $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix}$	23. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{vmatrix}$	24. $\begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$	25. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$
26. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$	27. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$	28. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	29. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 7 & 49 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix}$	30. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 81 \end{vmatrix}$

ЗАДАНИЕ 2:

2.1. Выписать все алгебраические дополнения элементов 3ей строки

2.2. Вычислить определитель с помощью разложения его по элементам строки или столбца

1. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & 7 \end{vmatrix}$	2. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 7 \end{vmatrix}$	3. $\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$	4. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 6 & -2 & -7 \end{vmatrix}$	5. $\begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 7 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$
6. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix}$	7. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & 8 & 5 \\ 8 & 7 & 3 \end{vmatrix}$	8. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$	9. $\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	10. $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix}$
11. $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	12. $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}$	13. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$	14. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$	15. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$
16. $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	17. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & 7 \end{vmatrix}$	18. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 7 \end{vmatrix}$	19. $\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$	20. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 6 & -2 & -7 \end{vmatrix}$
21. $\begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 7 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$	22. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix}$	23. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & 8 & 5 \\ 8 & 7 & 3 \end{vmatrix}$	24. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$	25. $\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$

26. $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix}$	27. $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	28. $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}$	29. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$	30. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$
---	--	---	---	--

ЗАДАНИЕ 3: Вычислить определитель 2мя способами

1. $\begin{vmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 2 & 6 & -2 \\ -3 & 3 & 6 \end{vmatrix}$	2. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$	3. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$	4. $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$	5. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$
6. $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$	7. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$	8. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	9. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$	10. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$
11. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$	12. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$	13. $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$	14. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$	15. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ -7 & 1 & 0 \end{vmatrix}$
16. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$	17. $\begin{vmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 2 & 6 & -2 \\ -3 & 3 & 6 \end{vmatrix}$	18. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$	19. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$	20. $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$
21. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$	22. $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$	23. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$	24. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	25. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$
26. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$	27. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$	28. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$	29. $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$	30. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

Методическая разработка 3

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Волгоградский медико-экологический техникум»

Методическая разработка практического занятия математики по теме «Решение систем линейных уравнений»

Аннотация

В данной методической разработке представлено занятие по математике в виде практического занятия по теме «Решение систем линейных уравнений». Разработка может быть использована при изучении темы «Решение систем линейных уравнений» студентами вторых курсов по специальностям технического профиля.

Занятие построено с применением интегративных связей учебных дисциплин математика и информатика, а также с будущей специальностью. Тема «Решение систем линейных уравнений» входит в программу учебной дисциплины «Математика» по специальности 20.02.04. Пожарная безопасность.

Для решения проблемы с нехваткой времени на вычислительные действия применяю информационные технологии, а именно, приложение Microsoft Office Excel. Тем самым экономя время при отработке алгоритма вычисления систем линейных уравнений.

Методическая разработка будет полезна преподавателям и учителям математики, а также студентам.

Описание и структура урока

Тема занятия: Решение систем линейных уравнений.

Тип занятия: практическое занятие.

Вид занятия: интегрированное занятие.

Формируемые компетенции:

- осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития (ОК-4).
- использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (ОК-5).
- брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий (ОК- 7).
- проводить противопожарную пропаганду и обучать граждан, персонал объектов правилам пожарной безопасности (ПК-2.4)

В результате изучения темы студент должен:

знать:

- знать способы решения систем линейных уравнений;
- правило вычисления определителей.

уметь:

- решать системы линейных уравнений методом Гаусса;
- решать системы линейных уравнений методом Крамера;
- решать системы линейных уравнений методом обратной матрицы.

Цель занятия: отработать навык решения систем линейных уравнений разными методами.

Задачи занятия:

Обучающая: отработать навык решения линейных уравнений.

Развивающая: развить логическое мышление, память, творческую активность, умения и навыки работы с программой Excel.

Воспитательная: формировать потребность рационально использовать время на уроке и оценивать результаты своего труда.

Продолжительность занятия: 90 минут.

Оснащение занятия: ПК, проектор, Microsoft office (PowerPoint и Excel).

Структура занятия

Организационный момент:

Вступительное слово преподавателя, оглашение темы и плана занятия.

Актуализация знаний: Разобрать решение системы линейных уравнений разными методами.

Выполнение практического задания:

Каждый студент выполняет номер своего варианта, который определен порядковым номером в журнале (т.е. если студент в журнальном списке стоит 13, то он выполняет 13 вариант)

После выполнения своих заданий, студент говорит о готовности своему преподавателю, показывает выполненный вариант и садиться за компьютер, для его самопроверки. После самопроверки, студент сам исправляет и находит свои ошибки, а также выставляет себе оценку (учим студентов вырабатывать ответственность за свои действия ОК-7)

Задания для самостоятельного выполнения студентом:

(варианты работ берутся согласно номеру в учебном журнале)

ЗАДАНИЕ 1: Решить системы линейных уравнений по формулам **Крамера** (с помощью определителей):

1.	a) $\begin{cases} 3x - y = -4 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - y = -4 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 4y - 3z = -7 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$
2.	a) $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 4x - 6y = 3 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x + 9y = 21 \\ 12x + 15y = 5 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = 4 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 29 \\ 3x - y + z = 10 \end{cases}$
3.	a) $\begin{cases} x + 7y = 3 \\ 3x - 2y = 32 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - 4y = 1 \\ 2x - 8y = 2 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y + z = 8 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 4x + 5y - 2z = -3 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + y - 2z = -1 \end{cases}$

4.	a) $\begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 8x - y = -15 \\ -x + 8y = -6 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x - 3y + z = -7 \\ x + 4y + 2z = -1 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$
5.	a) $\begin{cases} 3x + 8y = 31 \\ -10x - 7y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x + 2y = 7 \\ x + y = 3 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + y - 2z = 16 \\ 2x + 3y - 7z = 16 \\ 5x + 2y + z = 5 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$
6.	a) $\begin{cases} 10x + 27y = 1 \\ -25 + 12y = 3 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x - 3y = 23 \\ 3x - 11y = 4 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x - 2y + z = -2 \\ x + 2y + 2z = 1 \\ 3x + y + 4z = 0 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 2 \\ -4x - y + 3z = -3 \end{cases}$
7.	a) $\begin{cases} 3x - 6y = 9 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$	b) $\begin{cases} -4x + y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x - 2z = 11 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 5 \end{cases}$
8.	a) $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 9x - 2y = -3 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 4x - 8y = 8 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$
9.	a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -8x + 12y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 2x - 5y = 19 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y - 4z = 6 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x - y + 5z = 4 \\ 5x + 2y + 13z = 2 \\ 3x - y + 5z = 0 \end{cases}$
10.	a) $\begin{cases} x + y = 0 \\ -2x - 2y = 1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x + 9y = 11 \\ 2x - y = -11 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - 4y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$
11.	a) $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 2 \\ x + y - z = 8 \\ 3x + 4y - z = 27 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 7x + 2y + 3z = 5 \\ 3x - 3y + 5z = 6 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$

12.	a) $\begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - y = -4 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \\ 5x + 3y + 3z = 1 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + y - z = 3 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$
13.	a) $\begin{cases} x - 4y = 1 \\ 2x - 8y = 2 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 4x - 8y = 8 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 2x + 2y + z = 9 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = 4 \end{cases}$
14.	a) $\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 2x - 5y = 19 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 7 \\ x + 5y + 3z = 8 \end{cases}$
15.	a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -8x + 12y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + 3y - 3z = 1 \\ x + y + z = 5 \\ 6x + y - 5z = 3 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x + 3y - 6z = 15 \\ x + y - 2z = 6 \\ 5x - 6y + z = 8 \end{cases}$
16.	a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -8x + 12y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x + 9y = 11 \\ 2x - y = -11 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x - 2y - z = -5 \\ x + 2y - 2z = 2 \\ 3x + y - 4z = -2 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x - 2y + z = -2 \\ x + 2y + 2z = 1 \\ 3x + y + 4z = -0 \end{cases}$
17.	a) $\begin{cases} 3x - 5y = 13 \\ 2x + 7y = 81 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 9x - 2y = -31 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + y - z = 7 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x = 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 7 \\ 3x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$
18.	a) $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 9x - 2y = -3 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = -1 \\ x + 2y + z = 5 \\ 3x + z = -1 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 3y - z = -2 \\ 2x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 0 \end{cases}$
19.	a) $\begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 6x - 4y = 11 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y - 4z = 12 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - y - z = -1 \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$

20.	a) $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ 6x - 9y = 33 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 2x - 5y = 19 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 3y + 3z = 11 \\ x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 3y - z = 1 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 3x - 2z = 11 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$
21.	a) $\begin{cases} 3x - y = -4 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 3 \\ 4x + 2y + 5z = 5 \\ 3x + 4y + 7z = 2 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 6y + z = 2 \\ 4x + 8y - z = 2 \end{cases}$
22.	a) $\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 10x + 6y = 2 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + 4y + z = 4 \\ 3x + 6y + 2z = 4 \\ 4x - y - 3z = 1 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 4x + y + 4z = 9 \\ 3x + 5y + 2z = 10 \end{cases}$
23.	a) $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 4x - 6y = 3 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1 \\ 5x - 6y + 4z = 3 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$
24.	a) $\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 3x + 4y = 25 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 8x + 4y = 7 \\ 4x + 2y = 9 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -1 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$
25.	a) $\begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ -6x + 9y = 9 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5 \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$
26.	a) $\begin{cases} 2x - 4y = 14 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x + 5y = 14 \\ 2x - 4y = -20 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x + 4y + z = 4 \\ 3x + 6y + 2z = 4 \\ 4x - y - 3z = 1 \end{cases}$
27.	a) $\begin{cases} 10x + 27y = 1 \\ -25 + 12y = 1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x - 3y = 23 \\ 3x - 11y = 4 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ x - y + z = 0 \\ x + 3y - z = -2 \end{cases}$
28.	a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -8x + 12y = 16 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x + 9y = 11 \\ 2x - y = -11 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 7 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$

29.	a) $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + y - z = 7 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 7 \\ 3x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$
30.	a) $\begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 6x - 4y = 11 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = -4 \\ x + 2y + z = 5 \\ 3x + z = -1 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 3y - z = -2 \\ 2x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 4 \end{cases}$

ЗАДАНИЕ 2. Решить системы линейных уравнений

а) методом Гаусса

б) методом обратной матрицы

1.	A) $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 2x - 4y + z = 3 \\ x - 5y + 3z = -1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$
2.	A) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 5x + y + 3z = 14 \\ 2x + y + 2z = 5 \end{cases}$
3.	A) $\begin{cases} x - 2y - z = -5 \\ x + 2y - 2z = 2 \\ 3x + y - 4z = -2 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} x - 2y + z = -2 \\ x + 2y + 2z = 1 \\ 3x + y + 4z \end{cases}$
4.	A) $\begin{cases} 2x + y - z = 7 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 2x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 7 \\ 3x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$
5.	A) $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = -4 \\ x + 2y + z = 5 \\ 3x + z = -1 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} x + 3y - z = -2 \\ 2x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 4 \end{cases}$
6.	A) $\begin{cases} 2u - n + я = 4 \\ u + 3n - я = 7 \\ 3u - n - 4я = 12 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - y - z = -1 \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$
7.	A) $\begin{cases} x + 3y + 3z = 11 \\ x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 3y - z = 1 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 3x - 2z = 11 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$

8.	$\begin{cases} 2x + y + 3z = 3 \\ 4x + 2y + 5z = 5 \\ 3x + 4y + 7z = 2 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 6y + z = 2 \\ 4x + 8y - z = 2 \end{cases}$ Б)
9.	$\begin{cases} 2x + 4y + z = 4 \\ 3x + 6y + 2z = 4 \\ 4x - y - 3z = 1 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 4x + y + 4z = 9 \\ 3x + 5y + 2z = 10 \end{cases}$ Б)
10.	$\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1 \\ 5x - 6y + 4z = 3 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$ Б)
11.	$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$ Б)
12.	$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5 \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$ Б)
13.	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + y - 2z = -3 \\ 5x - 2y + 7z = 22 \\ 2x - 5y + 4z = 4 \end{cases}$ Б)
14.	$\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ x - y + z = 0 \\ x + 3y - z = -2 \end{cases}$ Б)
15.	$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ 3x - z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ Б)
16.	$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 5x + y + 3z = 14 \\ 2x + y + 2z = 5 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 2x - 7y + 5z = 1 \\ 3x - 8y + 8z = 5 \end{cases}$ Б)
17.	$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + 4y - 3z = -7 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ 2x - 5y - z = -1 \end{cases}$ Б)
18.	$\begin{cases} x + 3y - z = -2 \\ 2x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 4 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 29 \\ 3x - y + z = 10 \end{cases}$ Б)

19.	$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} 4x + 5y - 2z = -3 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + y - 2z = -1 \end{cases}$ Б)
20.	$\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} 2x - 3y + z = -7 \\ x + 4y + 2z = -1 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$ Б)
21.	A) $\begin{cases} x + y - 2z = 16 \\ 2x + 3y - 7z = 16 \\ 5x + 2y + z = 5 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$
22.	a) $\begin{cases} 2x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 7 \\ 3x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 2 \\ -4x - y + 3z = -3 \end{cases}$
23.	A) $\begin{cases} 3x - 2z = 11 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 5 \end{cases}$
24.	$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$ Б)
25.	$\begin{cases} x + 4y - 3z = -7 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ 2x - 5y - z = -1 \end{cases}$ A)	$\begin{cases} 2x - y + 5z = 4 \\ 5x + 2y + 13z = 2 \\ 3x - y + 5z = 0 \end{cases}$ Б)
26.	A) $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - 4y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$

27.	A) $\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 24 \\ x + y - z = 8 \\ 3x + 4y - z = 27 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 7x + 2y + 3z = 5 \\ 3x - 3y + 5z = 6 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$
28.	A) $\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \\ 5x + 3y + 3z = 1 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + y - z = 3 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$
29.	A) $\begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 2x + 2y + z = 9 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = 4 \end{cases}$
30.	A) $\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$	Б) $\begin{cases} x + 4y - 3z = -7 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ 2x - 5y - z = -1 \end{cases}$

Методическая разработка 4

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Волгоградский медико-экологический техникум»

Методическая разработка занятия математики по теме «Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера»

Аннотация

В данной методической разработке представлен урок математики в виде практического занятия по теме «Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера». Разработка может быть использована при изучении темы «Решение систем линейных уравнений» студентами вторых курсов по специальности «Пожарная безопасность».

Занятие построено с применением интегративных связей специальности, учебных дисциплин математика и информатика с элементом проблемного метода обучения. Тема «Решение систем линейных уравнений» входит в программу учебной дисциплины «Математика» по специальности 20.02.04. Пожарная безопасность.

В методической разработке представлен пример решения проблемы дефицита времени на отработку умения применять метод Крамера к решению системы линейных уравнений с тремя неизвестными, которые служат инструментом решения задач с профессиональным содержанием. Для решения данной проблемы применяю информационные технологии, в частности, приложение Microsoft Office Excel. Использование данного программного продукта позволяет экономить время при вычислении определителей и позволяет больше времени выделить для составления и решения систем уравнений, то есть, для решения задач с профессиональным содержанием.

Методическая разработка будет полезна преподавателям и учителям математики, а также студентам.

Введение

«Как бы машина хорошо ни работала, она может решать все требуемые от нее задачи, но она никогда не придумает ни одной».

А. Эйнштейн

Перемены, происходящие в последнее время в нашем обществе и в мире в целом, влекут за собой изменения и в области образования. Эти изменения обуславливают необходимость формирования у современного человека потребности в непрерывном развитии и самосовершенствовании.

Мы уже отошли от того времени, когда профессиональную подготовленность выпускника оценивали в терминах «знания-умения-навыки», ориентированных на оценку умения решать специально придуманные («игрушечные») учебные задачи. В настоящее время осуществляется другой, компетентностный подход к организации образовательного процесса, при котором формулирование целей образования и оценивание его результатов производится в терминах общих и профессиональных компетенций, важнейшей из которых является готовность выпускника к решению реальных прикладных, профессионально значимых задач.

Необходимость подготовки выпускника, способного решать профессионально значимые задачи, порождает ещё одну особенность профессионально направленного обучения. Дело в том, что, реальные прикладные задачи гораздо более объёмны и громоздки, чем традиционные учебные задачи, их, как правило, невозможно решать «вручную». А у преподавателя возникает дефицит времени. Поэтому профессиональная направленность обучения делает практически необходимым ранжирование образовательных задач и использование в обучении современных компьютерных технологий (СКТ).

Таким образом, профессиональное образование на современном этапе должно обладать, по меньшей мере, четырьмя особенностями: профессиональная направленность, компетентностный подход, модульно-рейтинговая система обучения, использование систем компьютерной математики (СКМ).

Переходя к разделу линейная алгебра на втором курсе математики у студентов сразу появляется ряд вопросов, что это за алгебра такая, зачем она нам нужна, где это пригодится в жизни... Не исключением является и тема «Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными», включающаяся в данный раздел.

В связи с этим возникает *проблема № 1:* как же привлечь интерес и внимание студентов к данной теме, и сделать занятие интересным, увлекательным и полезным?

И *проблема № 2:* где взять время на выработку умения применять математические знания в решении профессиональных задач?

Вызвать интерес, который так необходим учащимся, на мой взгляд, можно только демонстрацией возможностей математических инструментов в решении производственных или практических задач.

Время на выработку необходимых умений можно сэкономить на выполнении арифметических действий. Считаю, что на представленном занятии приоритетной целью является формирование умения применять теорему Крамера к решению профессиональных задач. В связи с чем, вычисления определителей и корней системы уравнений с тремя неизвестными предлагаю выполнять с использованием приложения Microsoft Office Excel. Выполнение вычислений в данном приложении введением формул и использованием автоформул также является частью программы по учебной дисциплине Информатика и ИКТ.

Таким образом, мною была выдвинута *гипотеза:*

- без использования задач с производственным или практическим содержанием невозможна мотивация студентов на изучение темы «Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера»;

- без применения компьютерных технологий невозможно выделить достаточный объем времени для формирования умения применять системы линейных уравнений с тремя неизвестными для решения производственных и практических задач.

Практическая значимость: данная методическая разработка может быть полезна преподавателям и учителям математики, а также студентам СПО. В ней содержатся практические рекомендации по организации и проведению практического занятия по математике, способствующие повышению мотивации студентов при изучении темы «Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера».

Основная часть:

Методическое обоснование темы:

Данная тема изучается в конце второго семестра учебного года и является логическим завершением раздела: «Линейная алгебра». Линейная алгебра насыщена объемными трудоемкими вычислениями. В связи с этим у преподавателя создается дефицит времени на формирование целевых умений. Поэтому в мире компьютеров и информационных технологий становится актуальным применение различных математических пакетов и программ для выполнения арифметических вычислений.

Методические рекомендации по проведению занятия:

Подготовка к занятию ведётся в течение недели. При организации самостоятельной работы студентам выдается задание по актуализации опорных знаний. В рассматриваемом случае это выполнение арифметических действий с использованием приложения Microsoft Office Excel. И задания на вычисление определителей.

Занятие необходимо проводить в кабинете с достаточным количеством ПК, на которых установлен пакет Microsoft Office.

Описание и структура урока

Тема занятия: Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.

Тип занятия: открытие новых знаний.

Вид занятия: интегрированное занятие.

Формируемые компетенции:

- осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития (ОК-4).
- использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (ОК-5).

В результате изучения темы студент должен:

знать:

- способ решения систем линейных уравнений методом Крамера;

уметь:

- составлять системы линейных уравнений с тремя неизвестными для решения производственных и практических задач;
- решать системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера;

Цель занятия: создать условия для формирования умения обучающихся использовать метод Крамера при решении систем линейных уравнений.

Задачи занятия:

Обучающая: Научить решать системы линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.

Развивающая: Развить логическое мышление, память, творческую активность, умения и навыки работы с программой Excel.

Воспитательная: Формировать потребность рационально использовать время на уроке и оценивать результаты своего труда.

Продолжительность занятия: 45 минут.

Оснащение занятия: ПК, проектор, Microsoft office (PowerPoint и Excel).

№ п/п	Название этапа	Описание деятельности		Педагогическая цель этапа	Время этапа
		преподавателя	студента		
1.	Организационный	- Здравствуйте ребята! - Кого сегодня нет на занятии? Для прогнозов и оценок функционирования предприятий, экспертных оценок проектов, а также для планирования микроэкономики предприятий часто приходится решать типовые задачи следующего вида: (см.презентация). Частным лицом куплены три пакета акций общей стоимостью 1030 ден. ед., причем акции первой группы куплены по 2 ден. ед. за акцию, второй – по 3, третьей – по 5. Через месяц стоимость акций первой, второй и третьей групп составила соответственно 3, 2 и 1 ден. ед., а стоимость всего пакета была 620 ден. ед. Еще через месяц они стоили по 1, 1 и 3 ден. ед. соответственно, а весь пакет стоил 510 ден. ед. сколько акций каждой группы было куплено?	- Здравствуйте. - Дежурный сообщает преподавателю фамилии отсутствующих.	Создать рабочую атмосферу в группе, настроить на рабочий лад. Направить на формулировку темы занятия, целей занятия.	5 мин.

		<table><tr><td>Месяц</td><td colspan="3">Денежные расходы по видам акций, ден.ед.</td><td>Затраты, ден.ед</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>I</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>1030</td></tr><tr><td>II</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>620</td></tr><tr><td>III</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>510</td></tr></table> - Как вы предполагаете начать решение задачи? - Совершенно верно, что в задаче присутствуют три неизвестных, а раз есть неизвестные то нам необходимо составить уравнение, а как вы думаете сколько их будет? - По данным задачи составляется система линейных уравнений.	Месяц	Денежные расходы по видам акций, ден.ед.			Затраты, ден.ед		1	2	3		I	2	3	5	1030	II	3	2	1	620	III	1	1	3	510			
Месяц	Денежные расходы по видам акций, ден.ед.			Затраты, ден.ед																										
	1	2	3																											
I	2	3	5	1030																										
II	3	2	1	620																										
III	1	1	3	510																										
						- Высказывают свое мнение решения задачи, предлагают варианты. -Три																								

			$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 1030 \\ 3x + 2y + 1z = 620 \\ 1x + 1y + 3z = 510 \end{cases}$		
2.	Актуализация знаний	- Скажите а раньше вы сталкивались с решением систем уравнений? - Какие способы решения их знаете? -Как вы думаете можно ли эти методы решения применить для нашей системы уравнений? -Вы правильно предположили, что решение требует достаточно громозких математическим вычислений. Именно поэтому я предлагаю вам познакомиться еще с одним методом решения систем линейных уравнений под названием "Метод Крамера". - Формулирует вместе с ребятами тему занятия и цели занятия (см.презентация).	- Да, но в них было две неизвестных. - Метод алгебраического сложения, подстановка и графический. - В принципе можно, но это очень долго и не всегда эффективно. Дописывают в тему "методом Крамера"	Актуализировать ранее полученные знания, для применения их в новых условиях.	5 мин.

			Записывают тему в тетрадь.		
3.	Объяснение нового материала	-Для начала запишем определение: Система вида: $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases}$ где x, y, z –неизвестные. числа $a_{11}, a_{12} \dots a_{33}$ – коэффициенты при неизвестных, а b_1, b_2, b_3- свободные члены; называется системой линейных уравнений с тремя неизвестными. Одним из способов решения данной системы является метод Крамера. Он состоит в следующем: 1. Составляется и решается определитель третьего порядка, соответствующий матрице системы, т.е. составленный из коэффициентов при неизвестных.	-Записывают определение в тетрадь, делают краткий конспект.	Формировать умение самостоятельно анализировать условие и применять метод Крамера для решения математической задачи. Развить познавательную самостоятельность студентов в процессе решения задач. Сформировать потребность в знаниях (видеть проблему)	13 мин.

		$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ Если $\Delta \neq 0$, то данная система имеет единственное решение. 2. Составляется и решаются ещё три определителя следующим образом: заменим в определителе Δ последовательно 1, 2 и 3 столбцы столбцом свободных коэффициентов. $\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$ $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$ 3. Находим неизвестные по формулам: $x = \frac{\Delta_1}{\Delta}, y = \frac{\Delta_2}{\Delta}, z = \frac{\Delta_3}{\Delta}$ 4. Возможны случаи: $\Delta = 0$ и каждый определитель $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 = 0$, тогда			
--	--	---	--	--	--

		система имеет бесконечное множество решений; Если же $\Delta = 0$, а хотя бы один из определителей $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 \neq 0$, то говорят, что такая система не имеет решений. - Давайте попробуем применить данный метод к нашей системе. 1. Составим определитель из коэффициентов при неизвестных: $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ А затем как требует метод, еще три определителя заменой последовательно каждого из столбцов, столбцом свободных коэффициентов: $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1030 & 3 & 5 \\ 620 & 2 & 1 \\ 510 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ - $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1030 & 5 \\ 3 & 620 & 1 \\ 1 & 510 & 3 \end{vmatrix} \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1030 \\ 3 & 2 & 620 \\ 1 & 1 & 510 \end{vmatrix}$			
--	--	--	--	--	--

		- Умнички, как быстро справились с данным заданием! - Дальше как вы понимаете нам нужно решить данные определители, сколько способов вычисления определителей вы знаете? - Совершенно верно, решая определители какая самая главная сложность у вас возникала? - А как вы думаете, на уроках информатики вы наверняка уже знакомились с разного рода приложениями которые облегчают вычисления, какие вы знаете? - Вот одним из них я предлагаю вам воспользоваться. Например с помощью программы Excel? - Ведь часто на работе или даже переходя к нашей задачи, приходится применять математические знания, а арифметические действия оставлять машине. Что я Вам и хочу предложить сделать. - А знаете ли Вы как вычислить	- Составляем определители путем замены каждого столбца, столбцом свободных коэффициентов		
--	--	--	---	--	--

		определитель с помощью приложения Excel? - А я сейчас вас этому научу. - Для начала я открою заранее подготовленный шаблон, в нем уже есть наша система и выписанные коэффициенты из которых составлены определители (см. приложение рис.1-3) - Итак чтобы вычислить определитель в приложении есть специальная функция, которая находится во вкладке математические и называется МОПРЕД, выбрав ее необходимо ввести диапазон значений необходимых для вычисления, т.е. наши ячейки с коэффициентами определителя, после чего появляется ответ, неправда ли быстро? Столько бы вы потратили решая данный определитель в ручную? - С остальными определителями предлагаю провести аналогичные действия. (см. приложение рис 4-5). - Мы нашли чему равны наши коэффициенты?	-Два, по правилу треугольника и с помощью разложения по элементам строки или столбца. - Вычислительные действия - Озвучивают свои варианты.		
--	--	--	--	--	--

		- А что же нам остается сделать? -Совершенно верно, об этом нам говорит метод Крамера.	- Возможны трудности.		
--	--	--	------------------------------	--	--

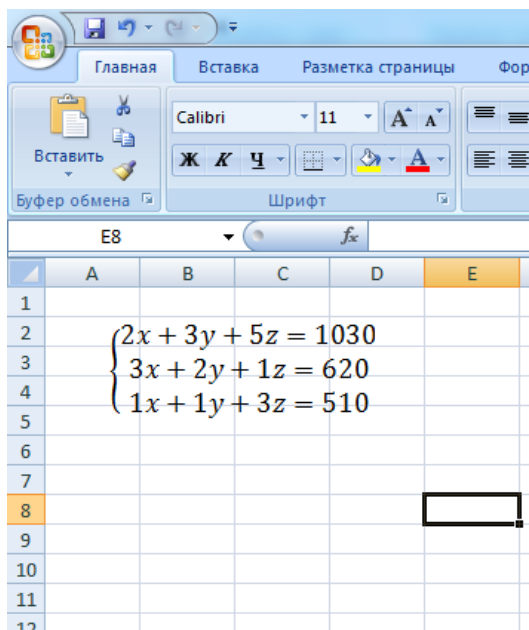
			- Да! Намного больше -Нет - Поделить определитель 1 на основной определитель.		
4.	Закрепление полученных знаний. (Самостоятельная работа студентов)	Предлагаю Вам попробовать свои силы. Решить аналогичные задачи, составив систему уравнений, а затем решить ее по средствам Excel (используя памятку-алгоритм, см. приложение 3). Предлагаю разбиться по парам и сесть за компьютеры.	- Разбиваются по парам и садятся за компьютеры. (у каждого на рабочем столе файл под названием Система линейных уравнений с задачей, см приложение рис. 6 и готовые шаблоны)	Развить познавательную самостоятельность студентов в процессе решения задач. Научить применять математические знания	20

		Ответы к данной задачи произносятся и проверяются в слух, после чего, еще раз проговаривается алгоритм действий.		в программе Excel. Сформировать способность к самооценке.	
5	Домашнее задание	Проводиться рефлексия. Раздается на листочках 2 задачи (см.приложение 2). Спасибо за внимание!			2 мин

Список литературы:

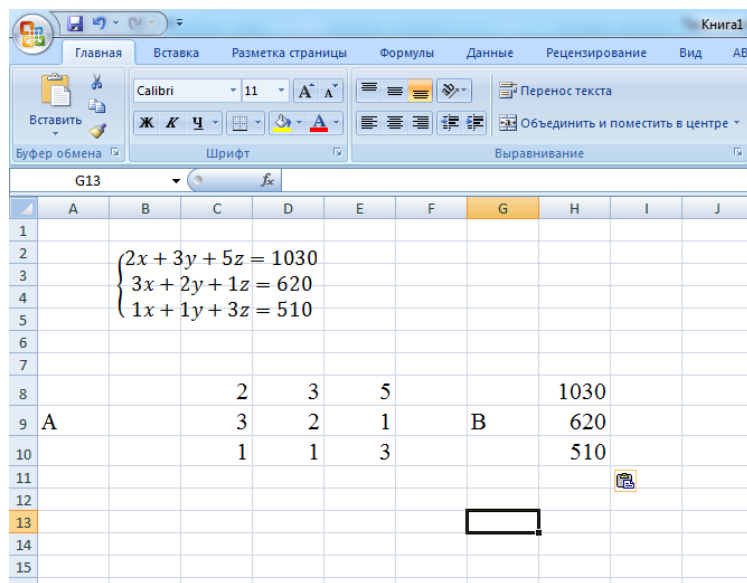
1. Богомолов Н.В., Сергиенко Л.Ю. Математика. Дидактические задачи. М. Дрофа. 2005 г.
2. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике. М. Высшая школа. 2000 г.
3. Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: Учебное пособие. — 5е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2014. — 464 с.

Приложение 1



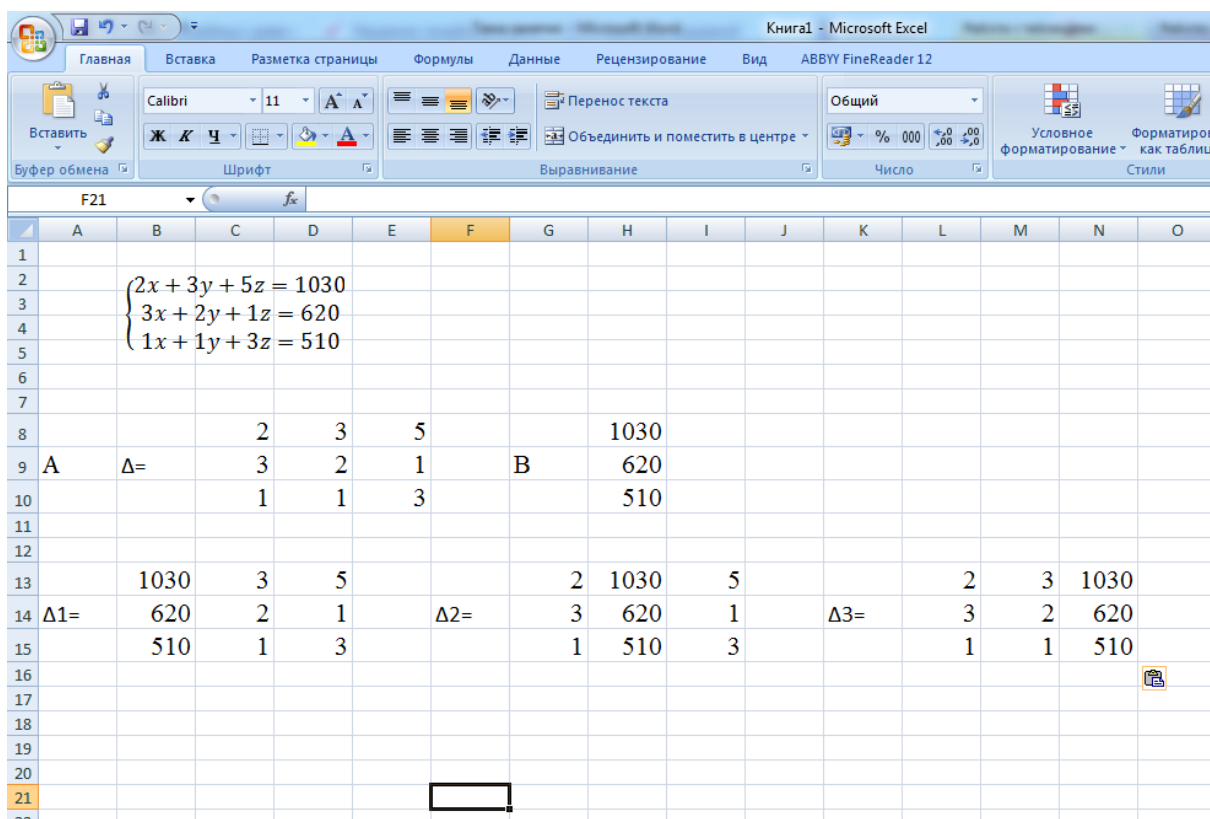
	A	B	C	D	E
1					
2		$2x + 3y + 5z = 1030$			
3		$3x + 2y + 1z = 620$			
4		$1x + 1y + 3z = 510$			
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

Рисунок 15



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8				2	3	5		1030		
9	A			3	2	1		B		620
10				1	1	3				510
11										
12										
13										
14										
15										

Рисунок 16



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8				2	3	5					1030				
9	A	$\Delta =$		3	2	1			B		620				
10				1	1	3					510				
11															
12															
13			1030	3	5			2	1030	5			2	3	1030
14	$\Delta 1 =$		620	2	1		$\Delta 2 =$	3	620	1		$\Delta 3 =$	3	2	620
15			510	1	3			1	510	3			1	1	510
16															
17															
18															
19															
20															
21															

Рисунок 17

Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число Стили														
F9 fx =МОПРЕД(C8:E10)														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8				2	3	5					1030			
9	A	Δ=		3	2	1	-9	B			620			
10				1	1	3					510			
11														
12														
13			1030	3	5		2	1030	5			2	3	1030
14	Δ1=	620	2	1		Δ2=	3	620	1		Δ3=	3	2	620
15		510	1	3			1	510	3			1	1	510
16														
17														

Рисунок 18

Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число Стили														
G19 fx =O14/F9														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
4														
5														
6														
7														
8				2	3	5					1030			
9	A	Δ=		3	2	1	-9	B			620			
10				1	1	3					510			
11														
12														
13			1030	3	5		2	1030	5			2	3	1030
14	Δ1=	620	2	1	-900	Δ2=	3	620	1	-990	Δ3=	3	2	620
15		510	1	3			1	510	3			1	1	510
16														
17														
18														
19		x=	100	y=	110	z=	100							
20														
21														

Рисунок 19

Лист1: xl												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Швейная фабрика в течении трех дней производила костюмы, плащи и куртки. Известны объемы выпуска продукции за три дня и денежные затраты на производство за эти три дня. Найти себестоимость единицы продукции каждого вида.		День	Объем выпуска продукции(единиц)			Затраты					
Костюмы				Плащи	Куртки	(тыс. усл.ед.)						
2			I	50	10	30	176					
3			II	35	25	20	168					
4			III	40	20	30	184					
5												
6												
7												
8												
9			Δ=							x=		
10												
11										y=		
12												
13			Δ1=							z=		
14												
15												
16												
Лист1 / Лист2 / Лист3												

Рисунок 20

Приложение 2 Домашнее задание

Задача 1

Из Москвы в Казань необходимо перевезти оборудование трех типов:

I типа — 95 ед., II типа — 100 ед., III типа — 185 ед.

Для перевозки оборудования завод может заказать три вида транспорта. Количество оборудования каждого типа, вмещаемого на определенный вид транспорта, приведено в таблице.

Тип оборудования	Количество оборудования			Кол-во .ед
	I	II	III	
T1	3	2	1	95
T2	4	1	2	100
T3	3	5	4	185

Установить, сколько единиц транспорта каждого вида потребуется для перевозки этого оборудования.

Задача 2

Из некоторого листового материала необходимо выкроить 360 заготовок типа А, 300 заготовок типа Б и 675 заготовок типа В. При этом можно применять три способа раскроя. Количество заготовок, получаемых из каждого листа при каждом способе раскроя, указано в таблице:

Тип заготовки	Способ раскроя		
	I	II	III
T1	3	2	1
T2	4	1	2
T3	3	5	4

Найти количество листов материала, раскраиваемых соответственно первым, вторым и третьим способами.

Приложение 3 Алгоритм – памятка

для решения систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера в Microsoft office Excel

1. Составляется определитель системы отдельно выписывается столбец свободных коэффициентов:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8			2	3	5		1030			
9	A		3	2	1		620			
10			1	1	3		510			
11										
12										
13										
14										
15										

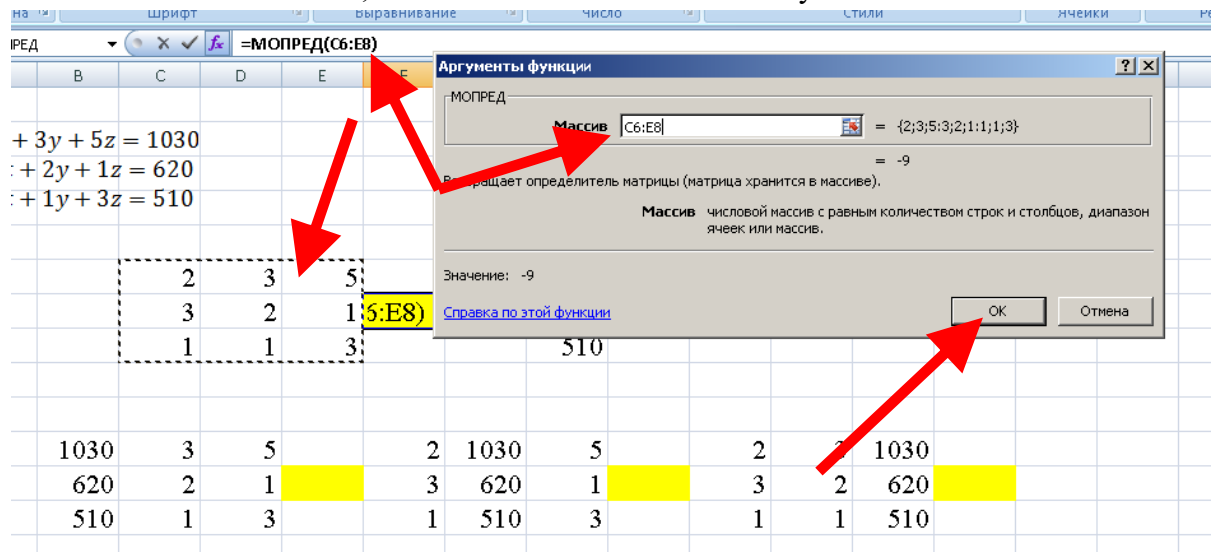
2. Составить еще три определителя путем поочередной замены 1, 2 и 3 столбца столбцом свободных коэффициентов

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8				2	3	5	1030								
9	A	Δ=		3	2	1	620								
10				1	1	3	510								
11															
12															
13		Δ1=		1030	3	5									
14				620	2	1									
15				510	1	3									
16															
17															
18															
19															
20															
21															

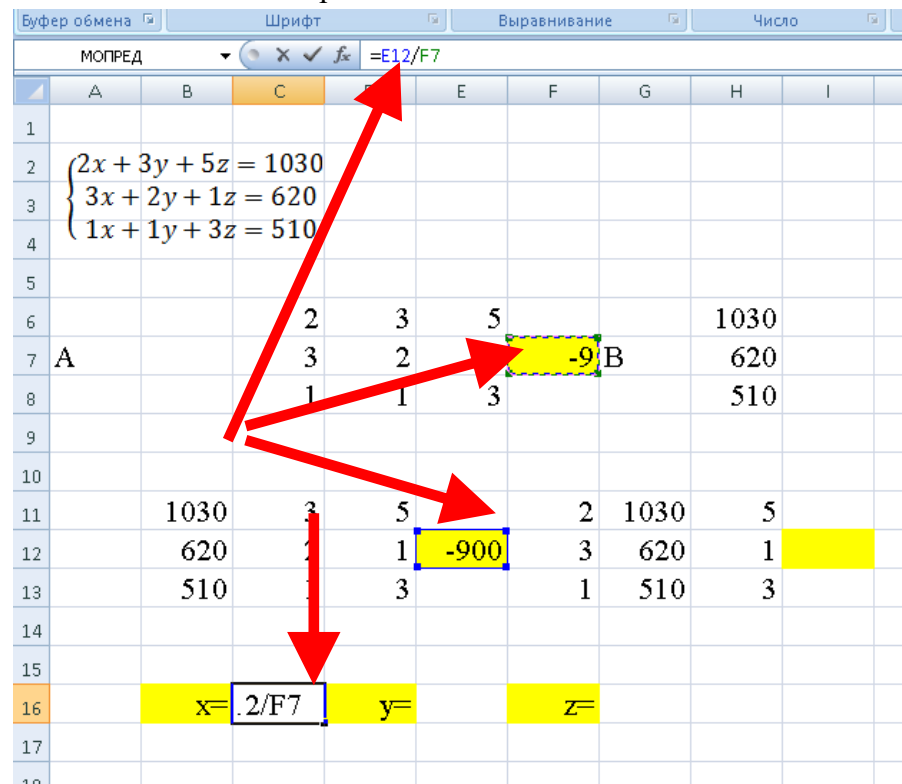
3. Чтобы вычислить значение определителя надо сделать ячейку активной, щелкнув по ней кнопкой мыши, затем вызвать функцию МОПРЕД

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3														
4														
5														
6				2	3	5								
7	A		3	2	1	=								
8			1	1	3									
9														
10														
11			1030	3	5		2	10						
12			620	2	1		3	6						
13			510	1	3		1	5						
14														
15														
16		x=												
17														
18														

4. Функция МОПРЕД имеет следующий синтаксис МОПРЕД (массив), т.е. надо в появившемся диалоговом окне ввести массив (значение) нашего определителя, это можно сделать как в ручную, так и выделением определителя, тогда массив запишется автоматически, после чего нажимаем на кнопку «ОК»:



5. В активной ячейке появляется ответ, т.е. найденный определитель.
 6. Проводим аналогичные действия из пункта 4 для следующих трех определителей.
 7. Находим значения неизвестных, для этого делаем ячейку активной а в строке функция ставим знак «=» и прописываем формулу деления, а именно, название ячеек в которой вычислен первый определитель, ставим знак «/» и название ячейки в которой вычислен главный определитель.



8. Аналогично вычисляем y и z.

Список используемой литературы

1. Конев В.В. Линейная алгебра. Учебное пособие. – Томск. Изд. ТПУ. 2008 –65 стр.
2. Логвенков С. А., Самовол В. С. Линейная алгебра. Основы теории, примеры и задачи. — М.: МЦНМО, 2017. - 188 с. ISBN 978-5-4439-2627-8
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М. Наука, 1968
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М. Наука.
5. Ланкастер П. Теория матриц. – М. Наука, 1973
6. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М. Наука, 1987
7. Бугров Я. С. Никоянский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М. Наука, 1988
8. Головина Л. И. Линейная алгебра и некоторые её приложения. – М. Наука, 1979
9. Ильин В.Л., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М. Наука, 1984
10. Рублёв АН. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.Наука, 1972

Интернет источники

11. https://ru.wikipedia.org/wiki/Линейная_алгебра (дата обращения 06.01.2019)
12. <https://studfile.net/preview/5690905/page:3/> (дата обращения 12.02.2019)
13. <https://studfile.net/preview/4430566/page:9/> (дата обращения 12.02.2019)
- 14.